SPERIMENTI IDRAULICI

PRINCIPALMENTE DIRETTI A CONFERMARE LA TEORICA, E FACILITARE LA PRATICA DEL MISURARE LE ACQUE CORRENTI

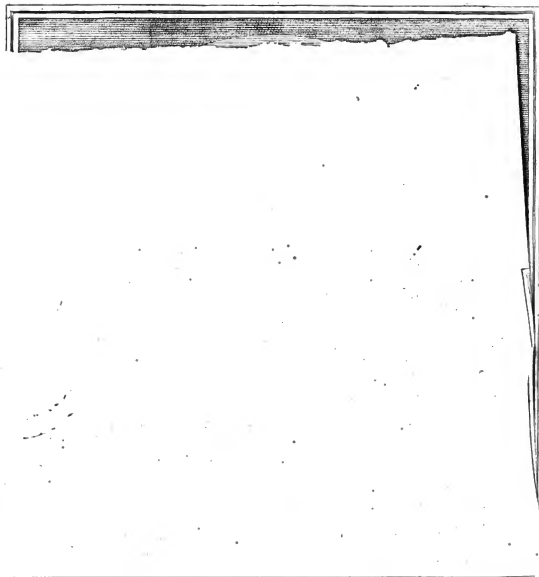
DI FRANCESCO DOMENICO MICHELOTTI

PROFESSORE DI MATEMATICA

NELLA REGIA UNIVERSITÀ DI TORINO.

IN TORINO,

NELLA STAMPERIA REALE.

MDCCLXVII.

S. R. M.

EN avventurate saranno le mie fatiche, se le nuove scoperte nella materia delle acque correnti divisate nel Volume, che ho l'onore di pre-

ſentare alla S. R. M. V., verranno ritrovate tali ad avere riempiuto l'oggetto, che ſi ha propoſto nell' eſſerſi degnata di ſomminiſtrarmi li mezzi alle ricerche neceſſarj, quale ſi è di recare anche in queſta parte a' ſuoi Popoli, ed eziandio alla univerſale ſocietà degli Uomini quei maggiori vantaggj, che loro poſſono proccurarſi cogli ulteriori progreſſi in eſſa ſcienza, a'quali appunto ſenza l'aiuto di una Mano Sovrana non ſi arriverebbe giammai. E molto più fortunato allora dovrò riputarmi di eſſere ſtato a queſta Opera preſcelto, e che ſiami riuſcito compierla a ſeconda delle provide beneficentiſſime intenzioni di V. S. R. M., onde poſſa ſperarne il pieno Reale aggradimento, e la

continuazione di quella clementiſ-
ſima Protezione, ſotto cui ho la
ſorte di eſſere, quale profonda-
mente m' inchino

Della S. R. M. V.

Umil.^mo, Obbedient.^mo, Fedel.^mo
Servo, e Suddito
Franceſco Domenico Michelotti.

Imprimatur

Fr. Joannes Dominicus Piselli *Ordin. Præd. S. T. M.,*
Vicarius Gen. S. Officii Taurini.

V. Triverius *AA. LL. P.*

V. Se ne permette la ſtampa

Galli *per la Gran Cancelleria.*

PREFAZIONE.

VVEGNACHÈ dal frontispizio non sembri annunziarsi altro, che una nuda serie di sperienze in materia molto interessante, contuttociò, se rifletterai, cortese Lettore, sotto quali auspizj sono esse state fatte; se alle circostanze de' tempi; se ai motivi in questa Prefazione dichiarati, facilmente ti persuaderai di averci a ritrovare qualche cosa di più, che semplici sperienze. Non dico già un trattato compito; ma bensì ciò, di che in oggi più abbisogna la scienza delle acque correnti.

Tra le tante degnissime cure dell' AUGUSTO MONARCA mio Sovrano, che nelle continue vicende di guerra, e di pace mai sempre si appalesarono indirizzate al pubblico bene, una già da molti anni premeditata si è pure quella di promuovere codesta scienza alla umana Società non meno necessaria, che utile; ma che finora in tali oscurità trovasi avvolta, e da tante difficoltà intralciata, che da non pochi credonsi insuperabili, non ostante la molta luce, che ne precede nell' esimie dottrine, e negli ammirabili ritrovati de' più sublimi ingegni del passato, e del presente secolo, i quali però più oltre avanzarsi non poterono, loro mancando ciò, che cotanto desiderava il celebre P. Grandi, cioè la mano benefi-

ca di un Principe, che i mezzi somministrasse alle opportune ricerche.

L'importanza del Soggetto non abbisogna di prova, che anzi ogni dì più si manifesta, mentre a suo favore veggonsi ardentemente impegnati gli Uomini più rinomati della nostra Italia, e per ogni parte pubblicansi nuovi eccellenti trattati, e dottissime Dissertazioni, facendosene eziandio copiose, ed utili raccolte. Codesti comunque grandi progressi però non bastano all' uopo: le belle teoríe, e gli eruditi ragionamenti in materia così dilicata, ed importante non appagano gl' interessati, e si è abbastanza persuaso, quanto facilmente si erri sull'appoggio, e colla guida di vaghe apparenze di verità. In vero la Teorica fa talora delle astrazioni, o delle supposizioni non ammesse dalla natura; quindi false riescono in pratica le regole, ed inutili le penosissime calcolazioni. Perlochè quanto desiderabile cosa sarebbe, che persone abili s' impiegassero unanimi a rischiararne le oscurità, a spianarne le difficoltà, a sciorne i dubbj, ed a scoprire più da vicino le leggi della natura, anzichè a combatterne i più sodi principj, o proporre nuove teoríe male reggentisi in ragione, e smentite dalla sperienza. Un tale discorso già scuopre il fine, a cui principalmente è diretta quest'Opera; contuttociò, eccotelo, Amico Lettore, in termini ancora più chiari.

Due sono, come ben sai, i fondamentali principj di questa scienza: il primo si è quello delle celerità nella ragione sudduplicata delle semplici pres-

ſioni, o delle libere diſceſe, già dal Torricelli, Varignon, Newton, Ermanno, Guglielmini, e da altri rinomatiſſimi Filoſofi con varie ragioni, e ſperienze preſſochè ſtabilito. Il ſecondo dimoſtrato dall'Abate Caſtelli ſi è quello della reciprocità delle ſezioni colle loro medie celerità nel ſuppoſto di fluſſo ſtabile, e perenne. Queſti due principj baſtano alla teorica, che preſcinde dalle reſiſtenze; ma non alla pratica, perchè la natura dalle reſiſtenze non preſcinde. Per queſta cagione le ſperienze fedelmente non corriſpondono alle leggi teoriche. Ma alcuni, in vece di riconoſcere da eſſa i divarj, e non potendo per altra parte porre in dubbio il ſecondo dei detti principj, la cagione dei divarj roveſciano contro il primo, quantunque non meno infallibile del ſecondo, ſebbene non per egual modo evidente, e palpabile; e non riuſcendo loro di atterrarlo, ſi sforzano di renderlo almeno ſoſpetto, ed incerto; e con ciò di ſoſpetta rendere, ed incerta ogni teoría delle acque correnti.

A fine di tor via per ſempre ogni dubbiezza, prima con molte chiariſſime ſperienze dimoſtro, che i divarj, che ſogliono trovarſi nelle medeſime, non all'inſuſſiſtenza di eſſo principio, ma unicamente alla diverſa modificazione delle reſiſtenze debbonſi attribuire. Quindi inſiſtendo ſulle tracce del Varignon con i ſoli principj meccanici ne dimoſtro ancora l'infallibilità, ſciogliendo pienamente l'unico dubbio, che contro eſſa dimoſtrazione ſuol muoverſi.

*

Ciò presupposto la discorro così · Se codesti due principj bastano alla teorica, che prescinde dalle resistenze, ma non bastano alla pratica, perchè la natura dalle resistenze non prescinde; dovrassi adunque cercare in favore della pratica, qual terzo principio, la legge, con cui si fanno le resistenze medesime; onde in ogni caso spariscano le differenze tra la teorica, e la pratica. Ma il rinvenire codesta legge con i soli principj teorici è cosa troppo difficile, e forsi anche impossibile; dunque alle sperienze fare devesi ricorso. Già per questa via cominciarono a scoprirne alcuna cosa il Newton, Daniello Bernulli, ed il Marchese Poleni; ma non poterono affatto svilupparla, nè conoscerne l'estensione, appunto perchè fare non poterono, che poche sperienze, e queste assai in picciolo, quantunque con somma accuratezza.

L'accertamento di una tal legge abbisognava del grande numero di svariatissime sperienze in questo volume registrate; ma dopo ciò un genio un po matematico non rimane affatto appagato: quindi nè il loro numero, nè le persuasioni degli astanti Amici poterono indurmi a riconoscerla per tale, fino a che non riuscimmi di convincermene con qualche sorta di dimostrazione, dopo cui molta soddisfazione provai nell'osservare il concorso di codesti tre principj nel movimento regolare delle acque.

Accertati colla possibil evidenza essi principj, mi proposi in secondo luogo di esaminare ancora l'uso degli strumenti dagli Autori insegnatoci per esplorare

le velocità delle acque. Dopo molti esami, e reiterate sperienze parmi poter inferirne, che, se pure l'uso di essi strumenti è stato ben conosciuto dai rispettivi Inventori, certamente non ci è stato dai medesimi, quanto abbisognava, dichiarato, anzi avere più errato coloro, che taluno di essi strumenti più ne raccomandano. Così accadette al Zendrini nelle sue sperienze fatte col quadrante, ed al Pitot nelle fatte sulla Senna col suo tubo ricurvo.

In terzo luogo dal concorso dei suddetti tre principj nel movimento regolare delle acque ne ricavo un metodo assai facile per determinare tanto le celerità, quanto le portate senza il soccorso di verun istrumento nei canali regolari, e sovente negl' irregolari colla semplice geometría pratica, e volgare aritmetica. E poichè lo scoprimento di qualche verità è sempre la manifestazione di alcun errore, siccome lo scoprimento di qualch' errore la manifestazione di alcuna verità: perciò nel corso dell'opera, dove cademi più in acconcio, e particolarmente nella seconda parte, proccuro di metterne in chiaro alcuni, nei quali veggonsi talora cadere Uomini peraltro di non volgare perizia; ma in fine siamo poi tutti Uomini.

Tale, Amico Lettore, si è il principale scopo delle mie ricerche, quali divido in due parti: la prima comprende le molte sperienze dell'acqua uscente sotto diverse altezze da fori di varia grandezza, e figura, forniti ora d'imbuto, ora di tubi, ed ora di tubi, ed imbuti insieme. Alle sperienze succede la

dimostrazione teorica del primo principio; indi gettansi i fondamenti del terzo.

Nella seconda parte, considerato il moto progressivo, o dicasi il flusso perenne delle acque, si compie lo stabilimento del terzo principio, cioè della legge delle resistenze al libero corso delle acque; e spiegasi la sopraddetta regola per determinarne le celerità, e le quantità nei canali regolari, quale confermasi con molte sperienze, e si accenna la maniera di adattarla ai canali irregolari. Finalmente applicansi le date regole generali all' uso particolare del Piemonte, e dichiarasi quale sia la misura comune, o dicasi il quadretto, o la ruota di acqua dalla natura medesima prescrittaci per determinare in ogni occorrenza le quantità relative, o effettive.

L' apparato delle macchine, e degli strumenti, omessi però quelli, che appartengono alla pura geometría pratica, ed il modo tenutosi nel fare le sperienze, descrivonsi fedelmente al proprio loro luogo.

Solo mi rimane a rendere un pubblico attestato di riconoscenza, e di lodi ad alcuni Soggetti, che molto hanno cooperato al compimento di questa impresa.

Dopo che S. M., e le loro AA. RR. il Signor Duca di Savoia, ed il Signor Duca di Chablais onorarono codesto luogo della loro presenza, vi accorse ogni sorta di persone, chi tratto dal genio, chi dalla curiosità, e chi dal divertimento. Sovente fummo graziati da Personaggi ragguardevolissimi per dignità, e dottrina, il favore de' quali molto giova per con-

durre ad un esito felice somiglianti progetti. Fra i molti Matematici, Architetti, e Periti, che di tanto in tanto ci favorirono, chi daddovero pose la mano all' opra, ed indefesso perseverò fino al fine, sono i Signori Architetti Giulio, Pagani, Capello, e Goletti; al zelo de' quali mi confesso sommamente obbligato, ed in particolar maniera ai Signori Giulio, e Pagani, i quali all' instancabile assiduità, e diligenza accoppiando raro ingegno, ed alta penetrazione, forniti ancora di molte cognizioni fisiche, e matematiche, mi furono di grandissimo sollievo nelle frequenti difficoltà, che affacciavansi, siccome a suo luogo verrò accennando, ed alle attenzioni del Signor Capello deggio particolarmente l'esattezza delle Tavole, l'ordine, e la disposizione delle Figure; onde, se qualche vantaggio siane quindi per risultare al Pubblico, sappia questo, che non dalle sole mie fatiche, ed industrie, ma in gran parte ancora deve riconoscerlo da quelle de' poc' anzi lodati Soggetti.

I molti difetti a me solo attribuir devi, Amico Lettore: perchè, se tanto nel progetto, quanto nella esecuzione nulla apparisce della Reale grandezza, considera, che fu ideato, e cominciato colle basse mire convenienti ad un privato, ed ivi sarebbesi rimasto senza la Reale beneficenza. I difetti spettanti all'ordine, alla dicitura, ed alla maturità di alcune cose, nati sono dalla insufficienza mia: se pure la tua molta discrezione non ti costrigne ad ascriverne alcuna parte alla vastità, ed arduità dell' argomento, ed alla brevità del tempo prescrittomi al compimento dell'opra.

onde qualunque ſiaſi il poſto, che tra gli amatori della verità piacciati aſſegnarmi, me ne andrò contento; che anzi . . . . *Sublimi feriam*
Sidera vertice.

Che ſe corteſe ora mi favoriſci, mi darai coraggio a parteciparti in altra ſtagione altre mie coſerelle, alcuna delle quali forſe a queſt' ora già ti capitò ſotto l'occhio; ed altre già da più anni aſpettano la pubblica luce. In tanto leggi benigno, e vivi felice.

INDICE

DELLE COSE NOTABILI.

PARTE I. CAP. I.

CAP. II.

Sperienze con aperture di tre pollici.

NEL PIANO SUPERIORE.

NEL SECONDO PIANO.

NEL PIANO INFIMO.

CAP. III.

Sperienze con aperture di due pollici.

PIANO SUPERIORE.

Terminata la ſtampa ſonoſi oſſervati alcuni errori; i quali quantunque facili à conoſcerſi; hò penſato doverli notare tutti nel preſente foglio.

Pagina	linea	Errori	Correzioni
6	9	*alta*	*altra*
11	17	*daſſe*	*deſſe*
22	13	*forma*	*e forma*
95	3	148. 7.	248. 7.

124, e 125 nel calcolo del n. 99. più accuratamente trovaſi la celerità GF = *piedi* 10. 2. 10. 4.; l'altezza CE = *piedi* 1. 8. 11. 6.; con cui compiendoſi l'operazione, trovaſi la vena di pollici quadrati 3. 3. 9. 9.

Pagina	linea	Errori	Correzioni
140 n. 107	4	CB	Cb
176	12	$GD \times CN$	$CD \times CN$
Ibid.	24	ſe all'aſſe AC, ſuppl. (*Tav.* 8. *fig.* 7.)	
Ibid. in fine		$\frac{\overline{BC} \times \overline{BM}^2}{\overline{CN}^2 - \overline{BM}^2}$	$\frac{\overline{BC} \times \overline{BO}^2}{\overline{CP}^2 - \overline{BO}^2}$
177	9	perpendicolari alla AC, ſuppl. (*Tav.* 9. *fig.* 1.)	
Ibid.	28	$\frac{AB \times \overline{BE}^2}{AF}$	$\sqrt{\frac{AB \times \overline{BE}^2}{AF}}$
197	24 e 29	*multiplicato per la*	*multiplicato nella*
198	16	*maggiore*	*minore*
199	22	ſuppliſci	*per averne le effettive*
Nella *Tav.* 8. *fig.* 1.		ſuppliſci le minuſcole	*c, e*

DEGLI SPERIMENTI IDRAULICI

PARTE PRIMA.

CAP. I.

Descrizione del Sito, e delle Opere in esso fatte.

1 SCENDO da questa Augusta Dominante per la Porta Susina, ed incamminandosi per la strada di Colegno, che trovasi alla destra dello stradone di Rivoli, (*Tav.* 1.) dopo un miglio si arriva alla Cappella campestre di S. Rocco: dove piegando di bel nuovo alla destra, e dopo breve tratto di strada giugnesi ad una Cascina, detta la Parella, situata in un' amena pratería, a pochissima distanza dalla ripa di Val d' Occo, la quale continua fino sotto le mura di questa Città verso settentrione. In vicinanza di essa Cascina, e verso ponente la detta ripa viene occupata da folta boscaglia; e di là verso levante dividesi in due da un ripiano, il quale dagli alberi, quasi regolarmente piantati, forma un' aggradevole passeggiata lungo il canale de' mulini, che a seconda

della medesima scorre fino al ponte della Cascina Morozzo. La campagna superiore verso mezzogiorno distinguesi in campi, e prati fecondati coll' acque derivate dalla Roggia, denominata la Cossola, che si estrae dal fiume Dora superiormente a Colegno. Tra l'altre derivazioni della Cossola quella, che particolarmente serve alle irrigazioni della Parella, ne dà il comodo delle più belle, ed importanti sperienze, scorrendo a seconda del ciglio della ripa superiore, finchè giunga a scaricarsi precipitosamente nel canale de' mulini accanto al ponte della Cascina Morozzo. Quella porzione di codesto rigagnolo, che trovasi in fronte del sito delle sperienze, e che secondo il disegno deve esservi inchiuso, per brevità, e chiarezza delle cose da dirsi, chiameremo canale *conduttore*; ed *introduttore* quello, (*Tav.* 2.) che da questo derivasi, per portarne dentro le acque. Esso sito è una porzione della ripa sopradescritta, la più vicina alla Fabbrica, di figura quadrangola irregolare, chiusa verso mezzanotte dal canale de' mulini; verso ponente da una muraglia, che la separa dal bosco attiguo, e dagli altri due lati con semplice palizzata. Al piè esteriore di detta muraglia si è fatto uno scaricatore, per poterne in ogni occorrenza asciugare il conduttore.

A' 25. Giugno 1763. cominciaronsi i cavi di terra necessarj alle opere progettate; cioè, in primo luogo, di una Torre, o dicasi di un Castello d'acque; di una Vasca al di lui piede; e del canale introduttore, quali cose furono perfezionate verso il fine del susseguente Luglio, di sorta che nel Settembre, ed Ottobre siasi più volte riempiuta d'acqua la Torre per far prova tanto di essa, che dell' altre pezze, ed ordigni alla medesima spettanti. La Vasca inferiore co' diversi suoi canaletti, varj spianamenti di terra, ed altre opere minori non furono terminate, che nella State del 1764. Nella Primavera del 1765. si fece di muro il canale conduttore, e si terminò il soprammentovato scaricatore.

A compimento del disegno, come può vedersi nella seconda Tavola, che ne rappresenta la Pianta, e nella Tavola terza, che ne rappresenta la veduta verso settentrione, ri-

mangono a costruirsi di muro gli altri due lati del sito, ora chiusi di palizzata; un secondo scaricatore al piede esteriore della muraglia da farsi verso levante; due teste di un ponte amovibile sopra il canale de' mulini; ed un casotto per riporvi a coperto i legni grossi, e le macchine di più incomodo trasporto. Del resto ogni cosa troverassi esattamente descritta a luogo proprio, insieme coll' uso, a cui è destinata, ed eziandio espressa in disegno, dove abbisogna, affinchè coloro, che non possono vederle sul posto, sieno con tutto ciò nel caso di giudicare delle nostre operazioni, e trarne quelle conseguenze, che loro parranno più opportune all'avanzamento, e perfezione di una scienza cotanto importante al pubblico bene. Per codesto motivo ancora nel corso dell' opera non ci vagliamo d' altra misura, che del piede, e della tesa di Parigi, come la più nota a' Geometri d' Europa; e perciò di più facile riduzione alla misura particolare d' ogni Paese.

Della Torre, e de' suoi accessori.

2 AL piede della superiore delle dette due ripe, in cui la principale dividesi, sopra un massiccio d'ottima struttura, che ha piedi otto di lato, e questo sopra saldissimo giarone, fondossi una Torre quadrata, lasciandovi all'intorno un ritaglio di tre pollici; le quattro facce della Torre hanno di grossezza pollici 27., e comprendono un voto quadrato di tre piedi di lato, il cui fondo consta d' una sola pietra di ogni intorno per qualche sua porzione infitta nel muro; cosicchè inalterabile si conservi ad ogni scossa dell' acqua, che sopra vi precipiti. Nella faccia settentrionale della Torre, (*Tav.* 4.) cioè verso il canale de' mulini, si sono lasciate tre aperture quadrate di pollici otto per lato; ognuna di esse è scavata in un solo pezzo di bardiglio grosso quanto la muraglia medesima. L' infima di queste aperture è al piano stesso del fondo; e però ha il suo centro elevato quattro pollici sopra il medesimo. Il centro dell' apertura di mezzo

è alto ſopra eſſo fondo piedi 10., pollici 4.; quello dell' apertura ſuperiore è alto piedi 15., pollici 4., e nello ſteſſo tempo trovaſi di piedi cinque più baſſo del fondo del canale introduttore, al di cui livello ſonoſi internamente diminuite di groſſezza le muraglie delle quattro facce della Torre con un ritaglio di pollici 4.; onde il vano quadrato ivi abbia piedi 3., pollici 8. di lato. In tal maniera il centro dell' apertura ſuperiore eſſendo più baſſo del piano del detto ritaglio per piedi 5.; quello dell'apertura di mezzo lo è per piedi 10.; e quello dell' infima per piedi 20. Quindi nelle ſperienze baſta miſurare l' altezza dell' acqua ſopra eſſo ritaglio, per ſapere ſotto a quale altezza di acqua troviſi il centro della luce in qualſivoglia dei tre piani. A queſto fine nell'angolo ſiniſtro dello sbocco dell' introduttore ſi è fermata perpendicolarmente una ſpranga diviſa in piedi, pollici, e linee, ſulla quale oſſervare ſi poteſſero tutte le variazioni ſenſibili di altezza nell' acqua ſopra detto ritaglio interiore della Torre, e ſuperiormente al medeſimo ſi ſono ancora alzate le muraglie di facciata per due piedi, acciocchè formaſſero tutt' inſieme ſponda all' acqua, ed un parapetto comodo alle oſſervazioni. Negli angoli alzaronſi quattro pilaſtri, che portano il coperto della Torre; queſto termina in un faſcio di ſtrumenti idraulici, girevole al ſoffiar de' venti. La ſuperficie interna della Torre è intonacata d'un generoſo compoſto, che divenne ſodo come vivo ſaſſo: di ſorta che da veruna parte delle muraglie non trapela goccia di acqua, ancorchè per molte ore ſi conſervi piena la Torre.

Non oſtante l' ottima coſtruzione, e groſſezza delle muraglie, l' azione continua di una così grande preſſione, e le ſcoſſe gagliardiſſime dell'acqua, talvolta in gran copia entrovi precipitata, recar potendo qualche ſcompiglio; perciò nei tre diverſi piani ſonoſi murate tre grandi faſce, o come chiamanle, chiavi di ferro, fornite de' loro ponzoni.

Dai tre lati eſteriori della Torre girano logge portate negli angoli da modiglioni di pietra, e nel mezzo da modiglioni di ferro. Di queſte la ſuperiore trovaſi al piano del

ritaglio, e ferve ad offervare, e mifurare le altezze dell' acqua fopra del medefimo. La loggia di mezzo dà l'acceffo all' apertura fuperiore; e la loggia più baffa all' apertura di mezzo; poichè all' infima fi ha comodo l'adito, medianti due cantonali di rovere collocati fopra i due angoli della Vafca alla deftra, ed alla finiftra dell' apertura medefima.

In ogni loggia entrafi da due bande con iftrade dolcemente declivi, da noi dette rampe, che fi eftendono alla deftra, ed alla finiftra della Torre lungo la ripa fuperiore. In fronte fono foftenute con teppate, e fafcine, finchè fi compifcano di muraglia. Quefte ftrade paffano dietro alla Torre fotto tre archi, che portano parte del canale introduttore.

Attorno ciafcheduna delle tre fuddette aperture fcavate nel vivo faffo fi è fatto un incavo di tre linee, per potervi applicare una laftra d' ottone quadrata di un piede di lato, groffa linee otto, che ivi immobilmente fermafi con groffe viti nei quattro fuoi angoli. (*Tav.* 5.) Fra la laftra, e la pietra frappongonfi due, o tre cuoj impinguati di cera, e di graffo, acciò non trapeli nè acqua, nè aria per gl' interftizj.

Ognuna di codefte laftre, che chiameremo fiffe, ha nel fuo mezzo un'apertura quadrata di tre pollici di lato, e per traverfo non ha, che quattro linee di groffezza per un intervallo di cinque pollici, affine di potervi fare fcorrere orizzontalmente tra due incaftri altre laftre minori, anche quadrate di pollici cinque per lato, groffe linee quattro: di modo che unite alle fiffe compifcono la totale groffezza di linee otto. In quefte laftre minori fono intagliate le luci minori di tre pollici di lato, o di diametro, oltre ad una piena, o dicafi cieca, per ogni laftra fiffa, che ferve ad otturarne l'apertura, ed a cominciare, o terminare il getto in un breviffimo tratto. La grandezza, e figura delle diverfe luci, e de' loro tubi troveraffi, dove tratteremo delle fperienze con effi efeguite.

Dovendo le laftre minori fcorrere orizzontalmente tra gli incavi delle fiffe, e con effe combaciarfi perfettamente, a fine di vincere facilmente ogni refiftenza di adefione accre-

sciuta dalla mistura glutinosa, che tra esse si adopera; ed a fine di vincete ancora la pressione, che contro esse lastre esercita l'acqua sostenuta a grandi altezze nella Torre, il loro moto non deve farsi, se non col mezzo di un torno a manovella. Perciò ne' due lati verticali delle lastre mobili sonovi due dadi, o bottoni quadri, ne' quali incastrasi un occhio, o maglia annessa alla stremità d'una catena guidata dall' incanalatura scavata nella circonferenza del torno, dove pure è fissata l'alta sua stremità. Questa catena tirando orizzontalmente è sempre tangente al torno medesimo, ed acciocchè i torni non girino nè più, nè meno del bisogno, la loro manovella viene arrestaja dallo incontro di una caviglia di ferro fitta nel muro a giusta misura. Con ciò viene ancora determinata la lunghezza della catena necessaria al tiro. A destra, ed a sinistra d'ogni lastra fissa avvi uno di questi torni, acciocchè il tiro fare si possa dalla parte, che si vuole. Il giro de' torni si fa verticalmente attorno a' loro assi di ferro, immobilmente fitti nel muro. Meglio intenderassi tanto il movimento delle lastre, che dei torni coll' osservargli in disegno.

De' canali Conduttore, ed Introduttore.

3 QUella porzione del conduttore, (*Tav.* 2.) che per l'addietro con isvolta incomoda, ed in un fosso irregolare portavasi al sito delle sperienze, nella Primavera del 1765. si è cominciata a raddirizzare per l'estensione di tese 16. con fondo orizzontale, anzi per qualche linea acclive, con larghezza uniforme di due piedi, il tutto di cotto. In questo entra l'acqua cadendo dall'altezza di pollici 12., e linee 4., dove, dopo qualche vortice, comincia a scorrere con notabile velocità, perchè oltrepassate le dette tese 16. rientra nel vecchio suo fosso dotato d'insigne declività. Non volendosi acqua, questo chiudesi colla sua portina, e si lascia precipitare per l'attiguo scaricatore.

Alla diſtanza di piedi 80., pollici 3. dal principio di queſta porzione, o dicaſi dal ſalto ſopraddetto, trovaſi la bocca dell' introduttore, fatto anch'eſſo di cotto, largo, ed alto due piedi, con fondo affatto orizzontale, lungo dall' imbocco ſino al ſuo sbocco nella Torre piedi 57., pollici 6. Per i primi trentatre piedi eſſo è ſcavato nel terreno, ma col fondo, e ſponde di muro, il rimanente di piedi 24., pollici 6. vien portato da tre archi, e queſti da due pilaſtri nel mezzo, dalla Torre in un eſtremo, e dall' oppoſta ripa nell' altro. La ſoglia dell' imbocco è elevata per due pollici ſopra il fondo del conduttore. Qui evvi un doppio incaſtro di pietra ad uſo di due portine, o cateratte, quali medianti, tutta, o parte dell' acqua del conduttore ſi fa paſſare nell' introduttore. Vicino allo sbocco di queſto nella Torre evvi un altro doppio incaſtro di pietra, l' uno per maneggiarvi una portina, e l' altro per un graticcio di filo d' ottone.

Quando le portine ſono caricate dall' acqua rattenuta, ſi alzano, e ſi abbaſſano a piacimento con un torno a vite di ferro montato ſopra un cavalletto. Gl'incaſtri del conduttore, oltre all'uſo della cateratta, ſervono ad inſerirvi quattro aſſicelle d' uniforme groſſezza, ma di altezze diſuguali. Queſte fanno inalzare l' acqua ſecondo il biſogno, e laſciano ſcaricare ſuperiormente la ſoprabbondante. Il che molto giova nell' Autunno, quando l' acqua ſcorre carica di foglie, e di ramoſcelli, che non poco turberebbero le ſperienze. Quelle poi di cotai materie, che paſſano nell' introduttore, vengono trattenute dal ſuddetto graticcio; e perchè troppo importa, che non s'introducano nella Torre, perciò ſopra lo ſteſſo ritaglio interiore della Torre ſtendeſi orizzontalmente un altro graticcio più grande, con bordo, e crociera di ferro. Serve ancora queſto ſecondo graticcio a rompere il corpo di acqua, che unito troppo violentemente precipiterebbe al fondo, od urterebbe nelle pareti della Torre.

Delle due Vasche, e de' loro canaletti di comunicazione.

4 AL piè della faccia settentrionale della Torre, dove sono le tre sopradescritte aperture, si è fatta la prima Vasca rettangolare, lunga di netto tese quattro, larga due, profonda piedi due e mezzo. (*Tav.* 2.) Il di lei fondo primieramente consta d' uno strato di argilla, ben battuta, pesta, e spianata; quindi d' uno sternito di pietre in calcina forte, e poscia d'un altro di mattoni posti di coltello. Questo viene per lungo attraversato da un corso di grosse, e larghe pietre quadrate, bene spianate, ed unite insieme; poichè ivi cade l' acqua, che sgorga da qualsivoglia delle aperture, e dal coperto medesimo in tempo di pioggia. Il fondo, e le sponde di questa Vasca sono intonacate, e lisciate collo stesso composto, che l' interiore della Torre; ma perchè ivi rimane continuamente esposto al sole, ed alle vicende delle stagioni, non è di tanta durevolezza, come dentro la Torre.

In oltre l'acqua, che sgorga dalla mezzana, e dall' infima apertura, avendo tal forza, e direzione, per cui di rimbalzo scapperebbe fuori della Vasca: perciò in testa alla medesima, e dai due angoli contigui si alzano le sponde con un tavolato, aggiustato, e fermato in modo, che nulla se ne perda.

Alla metà de' rimanenti lati della Vasca sonosi fatte tre aperture, larghe un piede, con sue spallette, incastri, e soglie di pietra, ciascuna fornita di sua portina. Queste aperture sono le bocche de' canaletti, che or ora descriveremo.

L' acqua raccolta in questa prima Vasca, o dicasi Vasca superiore, può scaricarsi per alcuno de'canaletti in una seconda Vasca inferiore, pure rivestita di cotto, e quadrata di tese tre per lato, profonda piedi tre. Questa dista dalla superiore per tese quattordici, ed ha il suo fondo più basso per piedi sedici, che quello della superiore. Nel suo lato settentrionale ha un' apertura larga un piede, fornita d' incastro, e portina, per cui, mediante un canaletto notabilmente

mente declive, e dolcemente incurvato scarica l' acque nel canale de' mulini, secondandone il corso.

I canaletti, che dalla Vasca superiore conducono l' acqua nella inferiore, sono quattro, tutti rivestiti di muro, larghi un piede, colla totale declività di piedi quattordici dalla soglia de' loro imbocchi nella Vasca superiore, fino alla soglia de' loro sbocchi nella Vasca inferiore, cosicchè queste trovinsi ancora elevate per due piedi sopra il fondo della Vasca recipiente. L'andamento de' canaletti è diverso in ciascun di loro.

Il primo comincia nel lato settentrionale della Vasca superiore, a cui è perpendicolare; stendesi da principio per piedi 10. con declività di pollici 6., dove incurvasi in un arco semicicloidale, il di cui circolo generatore ha un diametro verticale di piedi 10.; quindi la base retta si fa di piedi 15. 4. 3. Dopo che prosegue dirittamente pe' rimanenti piedi 58. 7. 9. colla declività di piedi 3., linee 6.; essendo la totale sua estensione orizzontale dall' imbocco fino allo sbocco di piedi 84., colla declività totale di piedi 14.

Il secondo canaletto comincia nel lato sinistro, od occidentale della Vasca superiore, a cui è perpendicolare; stendesi da principio per piedi 33. con pendenza di due. Ivi piegasi con una quarta di circolo verso settentrione per piedi 30., con pendenza di tre, dove con altra quarta di circolo ripiegasi verso levante per piedi 18., e con pendenza di quattro. Dopo che torna similmente a rivolgersi a tramontana per piedi 75., con pendenza di cinque. Qui finalmente con altra simile svolta verso levante, dopo piedi 12. senza veruna pendenza, sbocca nella Vasca inferiore, estendendosi in tal modo il suo corso per piedi 168., ma interrotto con quattro svolte.

Il terzo comincia dal lato destro della Vasca superiore, a cui è perpendicolare: stendesi da principio per piedi 33., con pendenza di due. Ivi con una quarta di circolo volgesi a tramontana per la distanza di piedi 52., con pendenza di piedi 10.; quindi continua dirittamente per piedi 53., con

pendenza di piedi due ; dopo che rivolgesi con un ramo orizzontale di piedi 30. verso la Vasca inferiore, facendo il totale suo corso di piedi 168. con due sole svolte, ed un inflessione di fondo verso la metà del secondo ramo.

Il quarto ha comune col terzo sopradescritto il suo principio; ma dopo piedi 75. del ramo di mezzo, ed una pendenza di piedi 11. $\frac{1}{2}$, piegasi ad angolo retto, mediante un doppio incastro verso levante per piedi 18., dove rivolgesi con una quarta di circolo verso mezzogiorno per piedi 24., ed ivi con altro simile risvolto verso ponente per piedi 33., passando al disotto del terzo canaletto; quindi torna piegarsi a tramontana per piedi 54., con pendenza tra tutti questi quattro rami di soli sei pollici, ed ivi entra nell' ultimo ramo orizzontale del terzo canaletto, a piedi 15. di distanza dal suo sbocco nella Vasca inferiore, facendo un corso di piedi 252., interrotto con sei svolte.

Tutti codesti canaletti hanno una larghezza uniforme di un piede, la totale declività da' loro imbocchi fino agli sbocchi di 14. piedi, la soglia degli sbocchi è elevata per due piedi sopra il fondo della Vasca, che li riceve; ma il primo tra essi è diritto, col fondo in parte cicloidale, ed è lungo tese 14. Il secondo dividesi in quattro rami rettilinei, con quattro svolte, ed è lungo tese 28. Il terzo è pur anche lungo tese 28., ma in tre rami diritti, due svolte, ed un' inflessione di fondo nella metà del ramo di mezzo, che ne è il maggiore. Il quarto è di tese 42., diviso in sette rami da sei svolte.

Il pronto, e misurato alzamento delle portine delle Vasche, e de' canaletti ottiensi con una leva montata sopra un cavalletto: sonovi ancora altre macchinette, ed ordigni di legno per uso, e comodo delle Sperienze, che qui non si descrivono, non essendo necessarj, nè utili all' intelligenza delle medesime.

Della maniera tenutasi nel fare le Sperienze, con diverse aperture, e sotto a diverse altezze di acqua nella Torre.

5 MEdiante la precedente descrizione della Torre, de'suoi accessorj, e coll' ispezione de' loro disegni facilmente intenderassi la maniera, con cui sonosi fatte le Sperienze. Quando limpida scorreva l'acqua pel conduttore (il che non suol succedere, che verso il fine della State, quando già squagliate le nevi sopra i monti, il fiume Dora portaci chiare le ordinarie sue acque) aprivasi a poco a poco la bocca dell' introduttore, ed affatto il suo sbocco, acciocchè sul principio in poca quantità cadesse l'acqua in fondo alla Torre, senza trarre seco molt' aria, e si elevasse sopra la più alta delle tre aperture, che ottimamente erano otturate colle lastre piene, o dicansi cieche. A queste con una maglia, od anello, che giustamente abbracciava i due attigui loro bottoni, univansi le lastre dell'apertura, che volevasi sperimentare. A qual fine pronti, ed aggiustati teneansi i torni per aprire, e chiudere in un tratto, quando se ne dasse l'avviso. Alzatasi poi l'acqua sopra le dette aperture, aprivasi interamente la portina dell'imbocco, e lasciavasi entrare liberamente l'acqua ad empiere la Torre; e poichè la quantità ordinaria della corrente non sarebbesi alzata, che pochi pollici sopra il piano del ritaglio; e poscia ancora abbassandosi allo aprirsi di alcuna delle luci maggiori: perciò negl' incastri del conduttore, attigui alla bocca dello introduttore, inserivansi due, o più delle soprammentovate assicelle: le tre prime delle quali facevano insieme un' altezza di pollici 14., linee 5., e tutte quattro insieme pollici 16., linee 8. sopra la soglia degl' incastri; e solamente pollici 14., linee 8. sopra la soglia dell' introduttore. Queste assicelle collocavansi l' una sopra l' altra coll' ordine de' numeri 1, 2, 3, 4 in esse notati, cosicchè le tre notate coi numeri 1, 3, 4 alzavansi di livello colla soglia superiore del salto, che

trovasi sul principio del conduttore raddirizzato, e regolato come sopra si disse. Alzata pertanto l'acqua ad un segno comodo per le osservazioni, e lasciata bilanciare finattantochè si componesse in una superficie tranquilla, e permanente. Allora il Sig. Architetto Pagani, a cui era toccata l'incumbenza delle osservazioni da farsi in questo luogo, assistito, se ne abbisognava, da un Aiutante, ne dava l'avviso di aprire la luce, che doveasi sperimentare. Avuto questo avviso il Sig. Architetto Giulio, che stavasene attento ad uno squisito pendolo a secondi, fatto di sua mano, avvisava i Signori Architetti Capello, e Goletti, applicati alla guida delle lastre, e de' torni, di aprire, o di chiudere, numerando in tanto ad alta voce i minuti secondi, e cominciando anticipatamente dal numero 55. fino al numero 60. Quale appena pronunziato, immantinente aprivasi, o chiudevasi la luce. Ciò fatto, aspettavasi finchè l'acqua raccolta nella Vasca cessasse di bilanciarsi, nè procedevasi a misurarne l'altezza, prima che la sua superficie fosse divenuta affatto quieta, e tranquilla. Affinchè il fondo della Vasca fosse affatto orizzontale, ed unito, lasciavasi in essa sempre qualche piccola altezza di acqua, che poi sottraevasi dalla totale ritrovata. Queste altezze, oltre alle scale segnate sopra le spallette delle due portine, destra, e sinistra della Vasca, misuravansi attualmente da due, o più persone sopra le soglie delle dette portine con mezze tese divise in piedi, pollici, e linee; ma perchè l'altezza anche di una sola linea importa due piedi cubici di acqua, essendo la superficie della Vasca di piedi quadrati 289., compreso un piede, a cui rilevano le spallette delle tre portine, era d'uopo notarne ancora le porzioni di linea. Perciò, osservata prima coll'occhio essa porzione, figgevasi perpendicolarmente uno spillo nella canna, e questo alzavasi, od abbassavasi finattantochè la superficie tranquilla dell'acqua ne lo lambisse costantemente: assicurati così della giusta altezza dell'acqua caduta nella Vasca nel noto numero di minuti secondi, aveasene ancora la quantità in piedi cubici. Aprendosi poi una delle tre portine,

mandavasi l'acqua nella Vasca inferiore, e con ciò aveasi luogo ad altre osservazioni, delle quali parleremo altrove. Durando il getto sempre molti minuti primi, aveasi tempo di osservare il lato, od il diametro della vena effettiva, per riscontrarlo con quello, che trovasi col càlcolo.

Terminate verso sera le Sperienze, e presa in iscritto memoria dell'operato, e di ogni circostanza, procuravasi la sera stessa di calcolarle, di sorta che non ci trovammo mai sopraccarichi di calcolazioni da farsi, delle quali non si avesse recente memoria. Le calcolazioni facevansi da quattro, nè mai meno, che da tre de'sopra lodati Soggetti nella seguente maniera.

6 In primo luogo trovavasi l'altezza media, o dicasi ragguagliata dell' acqua sopra il ritaglio, a cui aggiungendo l' altezza costante del ritaglio sopra il centro della luce, aveasi l' altezza totale dell' acqua sopra il centro medesimo. L' altezza dell'acqua sopra il ritaglio sovente era soggetta a certe piccole variazioni, che procedevano ora da una, ora da più cagioni insieme. In primo luogo è cosa assai facile ad intendersi, come stando l'acqua ferma, e tranquilla ad una qualche altezza sopra il ritaglio, quando tutte erano chiuse le luci della Torre, al primo aprirsi di alcuna tosto succedesse qualche abbassamento di superficie, quasi inosservabile nelle luci minori, ma sensibile nelle maggiori. Sebbene anche in queste, quando uniforme era il corso dell' acqua nel conduttore, e che la Sperienza durava molti minuti, dopo il calo di qualche pollice la superficie riducevasi ad un orizzonte, od altezza costante sopra esso ritaglio; ma il corso dell' acqua veniva talora alterato dagli accidenti, a cui soggiace per lo cammino di più miglia prima di giugnere a questo luogo. Altre, e subite variazioni di altezza cagionava ancora qualche porzione di aria cantonata in vicinanza delle luci; questa venendo finalmente cacciata fuori dall'acqua, davane l' indizio con un fischio seguito superiormente da un subito abbassamento di superficie: quest'aria cantonata in vicinanza delle luci ne diminuiva talora notabilmente la vena, la quale dopo il detto fischio ripigliava le sue ordinarie

dimenſioni. Di cotali Sperienze però qui non ne apportiamo alcuna, comecchè alterate; baſtandoci l' avviſarne gli accidenti, a cui ſono ſottopoſte, per guardarcene in altre occorrenze.

Era perciò neceſſario, che coll' oriuolo ſotto l' occhio, e la penna alla mano ſi notaſſero tutte eſſe variazioni di altezza, ed il tempo, in cui accadevano, acciocchè ſenza pericolo di errore ſenſibile trovar poteſſimo l'altezza media, o ragguagliata, equivalente ad una coſtante ſopra il ritaglio. Parrà forſe a taluno uno ſcrupolo il tener conto di qualche pollice ſopra un gran numero di piedi di altezza coſtante, ed invariabile; così piccole differenze recar non potendo divario notabile nella velocità. Siane però quello, che ſi vuole, e per noſtro appagamento, e di coloro, che ſi compiaciono dell' accuratezza, non l' abbiamo mai tralaſciato, e queſto medeſimo ivi eſporremo in alcuni eſempj preſi in quelle ſteſſe Sperienze, nelle quali ſuccedettero le variazioni più conſiderabili.

Nella Sperienza dei 26. Settembre da ſera 1764., fatta nel piano ſuperiore colla luce quadrata di tre pollici di lato, fornita d' imbuto cicloidale: prima dell' aprimento l' altezza dell'acqua ſtagnante ſopra il ritaglio era di pollici 21., linee 3.; ma in un minuto primo dopo l'aprimento di detta luce ſi riduſſe a pollici 20. 3.; dopo due minuti a pollici 20.; dopo tre minuti a pollici 19. 8.; dopo quattro minuti a pollici 19. 7.; dopo cinque minuti a pollici 19. 6.; dopo ſei minuti a pollici 19. 5.; dopo il ſettimo, ed ultimo minuto a pollici 19. 4.

Scrivanſi le altezze varianti l' una ſotto l' altra in una colonna, queſte a due a due ſi ragguaglino; il ragguagliamento, o dicaſi la media aritmetica tra eſſe, ſcrivaſi in altra colonna ſucceſſiva alla prima, inſieme col tempo della ſua durazione. Si multiplichi ogni altezza ragguagliata pel ſuo tempo corriſpondente, ed i prodotti ſcrivanſi in altra colonna, la ſomma de' prodotti dividaſi pel numero de' minuti, che durò la Sperienza, il quoziente ſarà l' altezza media, o ragguagliata, che ſi cerca.

Altezze varianti.		Altezze rag.te	Tempi.	Prodotti.
Pollici	21. 3.		min.ti pr.mi	
		20. 9.	. . 1.	. . 20. 9.
	20. 3.			
		20. 1. 6.	. . . 1.	. . 20. 1. 6.
	20. 0.			
		19. 10.	. . 1.	. . 19. 10.
	19. 8.			
		19. 7. 6.	. . . 1.	. . 19. 7. 6.
	19. 7.			
		19. 6. 6.	. . . 1.	. . 19. 6. 6.
	19. 6.			
		19. 5. 6.	. . . 1.	. . 19. 5. 6.
	19. 5.			
		19. 4. 6.	. . . 1.	. . 19. 4. 6.
	19. 4.			
min.ti pr.mi		7.		Somma pol. 138. 8. 6.

pollici 19. 9. 5. altezza media ricercata.

Nella Sperienza dei 27. Settembre 1764. fatta nel piano di mezzo colla luce quadrata di tre pollici per lato, fornita d' imbuto cicloidale, l' altezza prima dell' acqua sopra il ritaglio era di pollici 22., linee 6. Questa in un minuto primo dall' aprimento di detta luce si ridusse a pollici 21.; e dopo due minuti a pollici 20. 10.; dopo tre minuti a pollici 20. 9.: dove stette costante per tutto il quarto minuto; dopo il quale in un subito si abbassò a pollici 20. 8., ed ivi si mantenne per li due ultimi minuti seguenti.

Altezze varianti.	Altezze rag.te	Tempi.	Prodotti.
Pollici 22. 6.		min.ti pr.mi	
	21. 9.	. . . 1. . . .	21. 9.
21. 0.			
	20. 11.	. . . 1. . . .	20. 11.
20. 10.			
	20. 9. 6.	. . . 1. . . .	20. 9. 6.
20. 9.			
	20. 9.	. . . 1. . . .	20. 9.
20. 9.			
20. 8.	20. 8.	. . . 2. . . .	41. 4.
min.ti pr.mi	6.	Somma poll.	125. 6. 6.

pollici 20. 11. 1. altezza media.

A' 25. Settembre 1764. nella Sperienza fatta nell' infimo piano colla luce quadrata di tre pollici di lato, fornita d' imbuto cicloidale, la prima altezza era di pollici 21., linee 3. in un minuto primo dall' aprimento della luce si ridusse a pollici 18. 10.; dopo due minuti a pollici 18. 4.; dopo tre minuti a poll. 18. 2., dove si mantenne costante fino al fine, cioè per minuti primi 1. 15."

Altezze varianti.	Altezze rag.te	Tempi.	Prodotti.
Pollici 21. 3.		min.ti pr.mi	
	20. 0. 6.	. . . 1. . . .	20. 0. 6.
18. 10.			
	18. 7.	. . . 1. . . .	18. 7.
18. 4.			
	18. 3.	. . . 1. . . .	18. 3.
18. 2.			
18. 2.	18. 2.	. . . 1. $\frac{1}{4}$ . .	22. 8. 6.
min.ti pr.mi	4. $\frac{1}{4}$	Somma poll.	79. 7.

pollici 18. 8. 8. altezza media.

A' 3.

A' 3. Ottobre 1764. nella Sperienza fatta nell' infimo piano colla luce quadrata di tre pollici, fornita d' imbuto cicloidale, e di tubo. La prima altezza dell' acqua sopra il ritaglio essendo di pollici 22., linee 7. in un minuto primo dall' aprimento di essa luce si ridusse a pollici 20. 2.; dopo due minuti a pollici 19. 8.; dopo tre minuti a pollici 19. 3.; dopo quattro a pollici 18. 11.; e dopo cinque a pollici 18. 9.

Altezze varianti.	Altezze rag.^{te}	Tempi.	Prodotti.
Pollici 22. 7.		min.^{ti} pr.^{mi}	
	21. 4. 6.	1.	21. 4. 6.
20. 2.			
	19. 11.	1.	19. 11.
19. 8.			
	19. 5. 6.	1.	19. 5. 6.
19. 3.			
	19. 1.	1.	19. 1.
18. 11.			
	18. 10.	1.	18. 10.
18. 9.			
min.^{ti} pr.^{mi}	5.		Somma poll. 98. 8.

pollici 19. 8. $\frac{4}{5}$ altezza media.

Tra le Sperienze, nelle quali siensi osservate variazioni di altezza più irregolari, si è la seconda degli 11. Ottobre 1764., fatta nel secondo piano con luce, e tubo quadro di due pollici di lato; dove la prima altezza essendo di pollici 22. 1., un minuto dopo l'aprimento della luce si ridusse a pollici 21. 5.; dopo due minuti a pollici 21. 4.; dopo tre a pollici 21. 3.: dove stette costante per minuti cinque; ma sul fine del nono minuto tornò a pollici 21. 4.; dopo il decimo a pollici 21. 5., ed ivi si mantenne per un minuto, dopo il quale continuò

a crescere fino al fine del duodecimo, ed ultimo minuto, facendosi di pollici 21. 6.

Altezze varianti.	Altezze rag.^{te}	Tempi.	Prodotti.
Pollici		min.^{ti} pr.^{mi}	
22. 1. – 21. 5.	21. 9.	1.	21. 9.
21. 5. – 21. 4.	21. 4. 6.	1.	21. 4. 6.
21. 4. – 21. 3.	21. 3. 6.	1.	21. 3. 6.
21. 3. – 21. 3.	21. 3.	5.	106. 3.
21. 3. – 21. 4.	21. 3. 6.	1.	21. 3. 6.
21. 4. – 21. 5.	21. 4. 6.	1.	21. 4. 6.
21. 5. – 21. 5.	21. 5.	1.	21. 5.
21. 5. – 21. 6.	21. 5. 6.	1.	21. 5. 6.
min.^{ti} pr.^{mi}	12.		Somma poll. 256. 2. 6.

pollici 21. 4. 2. 6. altezza ragguagliata.

Ivi chiaramente si conosce, che cotali variazioni furono cagionate dalle variazioni della corrente medesima.

7 Determinata in tale maniera l'altezza media dell'acqua sopra il ritaglio, per averne la totale sopra il centro delle luci nel piano superiore, vi si aggiungono piedi 5.; per quelle del secondo piano vi si aggiungono piedi 10.; per quelle del piano infimo piedi 20., come già si è detto al num. 2. L'area della Vasca essendo di piedi quadrati 289., ed avendosi esattamente misurata l'altezza dell'acqua fattasi in un

noto tempo, moltiplicando l' area 289. per l' altezza ritrovata dell' acqua, se ne ha la quantità espressa in piedi, pollici, linee, e punti cubici. Questa quantità divisa pel numero de' minuti secondi, che durò lo sperimento, ne dà la dispensa per ogni minuto secondo; e questa dispensa dividendosi per lo spazio dovuto alla celerità uniforme competente all' altezza costante dell' acqua sopra il centro della luce, ne dà l' area della vena massimamente contratta, di cui se ne fa trovare il lato, od il diametro colle note regole della Geometria pratica.

8 Le celerità competenti alle diverse altezze trovansi colla regola dell' Ugenio, confermata dal Newton, e seguita da tutti i Matematici moderni. Essa regola suppone, che un grave liberamente cadendo, e che comincia dalla quiete il suo moto, percorra uno spazio di piedi 15. 1. in un minuto secondo. Quindi la parabola, che è la scala di cotali velocità, ha un parametro di piedi 60., e pollici 4. Noi lo computiamo solamente di piedi sessanta, parendoci potersi omettere li quattro pollici, non solamente perchè gli hanno anche omessi altri prima di noi, ma ancora perchè debbasi concedere qualche cosa all' imperfetta fluidità dell' acqua medesima.

9 In queste Sperienze supponiamo ancora, che il centro delle velocità delle luci coincida col centro di grandezza, il che si può fare senza pericolo di sensibile errore, e ce lo accordano i migliori Scrittori, ogniqualvolta l' altezza dell' acqua sopra la luce è a molti doppi maggiore dell' altezza della luce medesima, siccome accade in tutte codeste Sperienze.

10 Coloro, che conoscono la difficoltà di trarre in perfetto piano, e quadratura lastre d' ottone della grandezza, e spessezza sopra espresse, e d' intagliarvi aperture esatte, perfettamente quadrate, e pulite per ogni verso, potrebbero dubitare dell' accuratezza di questi Sperimenti. Perciò, a piena soddisfazione di ognuno, porremo a suo luogo le correzioni delle luci, e de' tubi, fatte col microscopio nell' Otto-

bre del 1764., e replicate nel Maggio del 1765. A codesta revisione ne indusse ancora qualche piccola discrepanza osservatasi tra le luci quadrate di due pollici di lato, e le altre; e quantunque se ne sia scoperta la cagione, e calcolato ancora l'effetto; contuttociò nel 1765. si volle togliere ogni dubbiezza con altre luci simili, fatte in lastre più sottili, che si applicassero nella medesima maniera, che le fisse, sicchè non avesse luogo quella varietà di circostanze, che a buona ragione ne faceva dubitare di qualche divario. La revisione si fece applicando ciascheduna luce ad una medesima scala, fatta in una sottil lametta d'ottone, divisa in pollici, e linee, e la linea in sei particelle: l'applicazione facevasi in tre luoghi, nella larghezza, e nell'altezza d'ogni luce, osservando con una lente, che ingrandiva cinque volte le dimensioni lineari, qual porzione di linea si trovasse in ciascun luogo di più, o di meno della conveniente misura. Notate a parte, e poscia ragguagliate le tre misure ritrovate, tanto in larghezza, che in altezza, calcolavasi con esse misure ragguagliate l'area effettiva della luce, parendoci potersi quindi omettere le minime frazioni, che trovansi nella calcolazione, minori d'un punto superficiale, o dicasi minori d'un dodicesimo di linea superficiale: poichè le menome frazioni lineari sfuggono il sicuro giudizio dell'occhio comunque avvalorato di lente; ed al nostro intento basta, che le minuzie omesse sieno sprezzabili rispettivamente agl'interi.

Nel riferire le Sperienze non seguiamo l'ordine de'tempi, in cui furono fatte, ma quello della grandezza, e figura delle luci per ciascun piano: notandone però le date. Così più comodo riesce il paragonare le une coll'altre, più facili rendonsi le osservazioni, e più chiare le conseguenze. Per non recar noia colla soverchia prolissità delle calcolazioni di ogni Sperienza, avendone poco sopra dichiarato il tenore, non esporremo la calcolazione intera, che nella prima, e nell'altre tutte noteremo solamente i dati, ed i risultati espressi in piedi di Parigi, siccome da principio abbiamo avvisato.

CAP. II.

Sperienze con aperture di tre pollici.

PIANO SUPERIORE

Con luce quadrata di tre pollici di lato.

1.ª

11 A' 26. Settembre 1764. riempissi d' acqua la Torre fino all' altezza di pollici 20., linee 4. sopra il ritaglio: stando in tale orizzonte la superficie dell' acqua, si aprì la luce quadrata di tre pollici di lato, e lasciossi liberamente sgorgare la medesima per dieci minuti primi. Seguito l'aprimento cominciò sensibilmente ad abbassarsi la superficie, talmente che dopo un minuto primo si ridusse a pollici 19. 8.; dopo due minuti a pollici 19. 4.; dopo quattro minuti a pollici 19. 3., dove si mantenne costante pe' rimanenti sei minuti.

Ragguagliandosi quest' altezze relativamente ai tempi delle loro variazioni, giusta la regola del num. 6., trovasi l' altezza media di pollici 19. 4. 3. $\frac{3}{5}$, cioè piedi 1. 7. 4. 3. $\frac{3}{5}$, a cui aggiungendo piedi 5. cioè l' altezza del ritaglio sopra il centro della luce, si ha la totale altezza di piedi 6. 7. 4. 3., a cui compete una celerità uniforme di piedi 19. 11. per ogni minuto secondo. L' acqua raccolta nella Vasca nel tempo dei dieci minuti primi fece in essa Vasca l' altezza di piedi 1. 7. 3., che moltiplicati per piedi quadrati 289. danno piedi cubici d' acqua 463. 7. 3.; e quindi per ogni minuto primo piedi cubici 46. 4. 4., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 3. 3. Questi divisi per piedi lineari 19. 11. della celerità danno la vena contratta di pollici quadrati 5. 7.

Nota. Tanto in questo, quanto in tutti gli altri simili sperimenti, attorno ai lati della luce si osservò un voto di circa linee 2. $\frac{1}{2}$; e l'acqua uscente diminuirsi ancora di corpo ad una piccola distanza dalla stessa luce. Cotale diminuzione

però non potè esattamente misurarsi, non solamente a cagione della violenza del moto, e di un continuo tremore dell' acqua stessa, ma ancora a cagione della figura assai composta, in cui tosto riducevasi; e poichè la figura medesima costantemente apparve in tutti i getti fatti con semplici fori quadrati, quivi brevemente la descriviamo.

Le luci quadrate di tre pollici sono, come si disse altrove, intagliate nelle lastre fisse, dove la spessezza è di 4. linee; (*Tav.* 4.) ma gli spigoli esteriori di esse luci non sono nè punto, nè poco toccati dall' acqua uscente, che da essi ne dista per linee 2. $\frac{1}{2}$ circa; bensì gli spigoli interiori, contro a' quali strisciando l' acqua tosto diminuisce di corpo nella sua uscita, forma in ogni lato una superficie curvilinea, somigliante ad una mezza foglia di lauro, colla punta alquanto rilevata. Da ciascuna punta spiccasi un getto parabolico, il più acuto de' quali è quello della punta superiore, il meno acuto quello della inferiore, e di uguale curvatura sono i due laterali. Al centro della luce corrisponde un getto assai maggiore; di sorta che il profilo del getto intero forma una specie di croce. Questo fenomeno riesce grato a vedersi, massimamente nei fori minori de' piani superiori, dove meno violento si è il moto, parendo un lavoro di finissimo cristallo attorno a cinque lucidissime vene di argento, la più cospicua delle quali si è quella del centro.

2.ª

Nel medesimo giorno replicossi per altri dieci minuti la medesima Sperienza, e nelle medesime circostanze; quindi trovossi ancora il medesimo risultato, cioè la vena contratta di pollici quadrati 5. 7.

3.ª

A' 25. Settembre 1765. per due volte replicossi questo sperimento per lo spazio di minuti primi dodici. Nel primo si trovò l'altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 10. 2. 8.; e quindi la totale di piedi 6. 10. 2. 8., a cui compete una celerità di piedi 20. 3. 3. 8. per ogni minuto secondo. L' altezza dell'acqua caduta nella Vasca si trovò di piedi 1. 11. 6. 3.,

onde si ebbero piedi cubici 566. 5. 6. 3., e per ogni minuto primo 47. 2. 5. 6.; e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 5. 3., che divisi per la celerità di piedi 20. 3. 3. 8., danno la vena di pollici quadrati 5. 7. 0. 7.

4.ª

Nel secondo l'altezza media sopra il ritaglio si trovò di piedi 1. 9. 7. 3. 6.; quindi la totale di piedi 6. 9. 7. 3. 6., a cui compete la celerità di piedi 20. 2. 4. 9. per ogni minuto secondo. L'altezza dell'acqua nella Vasca fu di piedi 1. 11. 6.; onde ne risultano piedi cubici 565. 11. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 47. 1. 11. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 5. 2. 3., che divisi per la celerità di piedi 20. 2. 4. 9., danno la vena di pollici quadrati 5. 7. 2. 11.

Colla stessa luce fornita esteriormente di tubo quadro, lungo pollici 8.

5.ª

12 A' 18. Settembre 1765. l'altezza media sopra il ritaglio trovossi di piedi 1. 11. 6. 10., e perciò la totale di piedi 6. 11. 6. 10., a cui corrisponde la celerità di piedi 20. 5. 3. 6. per minuto secondo. L'altezza dell'acqua nella Vasca, cadutavi nello spazio di dieci minuti primi, fu di piedi 2. 1. 11.; quindi si ebbero piedi cubici 624. 1. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 62. 4. 11. $\frac{1}{10}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 0. 5. 9. $\frac{1}{5}$, i quali divisi per piedi lineari 20. 5. 3. 6., danno la vena di pollici quadrati 7. 3. 11. 3.

6.ª

Nello stesso giorno avendosi l'altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 10. 3. 9., e perciò la totale di piedi 6. 10. 3. 9., a cui compete una celerità di piedi 20. 3. 5. 3. per minuto secondo. L'altezza fatta nella Vasca dall'acqua, cadutavi nello spazio di dieci minuti primi, fu di piedi 2. 1. 9.; quindi si ebbero piedi cubici 620. 1. 9., e per ogni minuto

primo 62. o. 2. $\frac{1}{10}$, e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 1. o. 4. 10., che diviſi per piedi lineari 20. 3. 5. 3. danno la vena di pollici quadrati 7. 4. o. 5.

Con luce circolare di diametro pollici 3.

7.ª

13 A' 10. Ottobre 1765. l'altezza media ſopra il ritaglio era di piedi 1. 8. 4. 6., e perciò la totale di piedi 6. 8. 4. 6., a cui compete una celerità di piedi 20. o. 6. 8. per minuto ſecondo. L'altezza dell'acqua nella Vaſca, fatta in minuti primi quindici, ſi trovò di piedi 1. 10. 6. 6.; quindi ſi ebbero piedi cubici 542. 10. 6. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 36. 2. 3. 8., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici o. 7. 2. 10. 4.; che diviſi per piedi lineari 20. o. 6. 8. danno la vena di pollici quadrati 4. 4.

8.ª

Nel medeſimo giorno replicato lo ſperimento per altri minuti primi quindici, avendoſi ſul ritaglio un' altezza ragguagliata di piedi 1. 8. 3. 6. 4., e quindi la totale di piedi 6. 8. 3. 6. 4., a cui compete una celerità di piedi 20. o. 5. 3. per ogni minuto ſecondo. L' altezza dell' acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 10. 7., onde ſi ebbero piedi cubici 543. 10. 7., e per ogni minuto primo 36. 3. 1. 3., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici o. 7. 3. o. 3., che diviſi per piedi lineari 20. o. 5. 3. danno la vena di pollici quadrati 4. 4.

Con tubo cilindrico dello ſteſſo diametro, lungo otto pollici.

9.ª

14 A' 6. Settembre 1765. l'altezza media ſopra il ritaglio ſi trovò di piedi 1. 8. 5. 2. 6., e perciò la totale di piedi 6. 8. 5. 2. 6., a cui corriſponde una celerità di piedi 20. o. 7. 9. per ogni minuto ſecondo; nello ſpazio di mi-

nuti primi dodici si fece nella Vasca un' altezza di piedi 2. 0. 11.; quindi sonosi avuti piedi cubici 600. 0. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 50. 0. 0. 11., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 10. 0. 0. 2., che divisi per piedi lineari 20. 0. 7. 9. danno la vena di pollici quadrati 5. 11. 9. 9.

10.ª

A' 24. Settembre l' altezza ragguagliata sul ritaglio fu di piedi 1. 8. 6. 10. 6., e però la totale di piedi 6. 8. 6. 10. 6., a cui corrisponde la celerità di piedi 20. 0. 10. 3. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi dodici si fece nella Vasca un' altezza di piedi 2. 0. 9. 6., che importa piedi cubici 597. 0. 9. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 49. 9. 0. 9., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 11. 4. 11., che divisi per piedi lineari 20. 0. 10. 3. danno la vena di pollici quadrati 5. 11. 4. 8.

A ciascuna delle tre luci quadrate di tre pollici aperte nelle lastre fisse, potendosi interiormente adattare un imbuto cicloidale, dove il diametro del circolo generatore era di linee 18., cioè uguale alla metà dell' apertura medesima, con tali imbuti si fecero molte sperienze.

Con imbuto cicloidale.

11.ª

15 A' 26. Settembre del 1764. avendosi sul ritaglio un'altezza ragguagliata di piedi 1. 7. 9. 9., e però la totale di piedi 6. 7. 9. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 19. 11. 8. per ogni minuto secondo; nel tempo di sette minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 8. 5., onde si ebbero piedi cubici d'acqua 491. 8. 5., e per ogni minuto primo piedi cubici 70. 2. 11., e per ogni secondo piedi cubici 1. 2. 0. 7., che divisi per la celerità di piedi 19. 11. 8. danno la vena di pollici quadrati 8. 5. 4.

12.ª

Nello stesso giorno replicossi questo sperimento per altri sette minuti primi, avendosi sul ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 7. 7. 1., e perciò la totale di piedi 6. 7. 7. 1., a cui corrisponde una celerità di piedi 19. 11. 4. L'altezza fatta dall' acqua caduta nella Vasca nei detti sette minuti fu di piedi 1. 8. 5., onde risultano piedi cubici 491. 8. 5., e per ogni minuto primo piedi cubici 70. 2. 11., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 2. 0. 7., che divisi per piedi lineari 19. 11. 4. danno la vena di pollici quadrati 8. 5. 5.

Aggiunto ancora esteriormente il sopraddetto tubo quadrato, lungo otto pollici.

13.ª

16 A' 3. Ottobre 1764. l'altezza ragguagliata sul ritaglio si trovò di piedi 1. 9. 10. 8.; e però la totale fu di piedi 6. 9. 10. 8., a cui corrisponde la celerità di piedi 20. 2. 9. 8. per minuto secondo; nel tempo di otto minuti primi si fece nella Vasca un'altezza di piedi 2. 0. 3., onde risultano piedi cubici 584. 0. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 73. 0. 0. $\frac{3}{8}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 2. 7. 2., che divisi per piedi lineari 20. 2. 9. 8. danno la vena di pollici quadrati 8. 7. 10.

14.ª

Replicato questo sperimento solamente per sei minuti primi, avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 10. 6. 3., e però la totale di piedi 6. 10. 6. 3., a cui corrisponde la celerità di piedi 20. 3. 9.; nella Vasca si ebbe l'altezza di piedi 1. 6. 2. 6., che dà piedi cubici 438. 6. 2. 6., e per ogni minuto primo 73. 1. 0. 5., e per ogni secondo piedi cubici 1. 2. 7. 4., che divisi per piedi 20. 3. 9. danno la vena di pollici quadrati 8. 7. 7. 6.

SECONDO PIANO

Con luce quadrata di tre pollici.

15.ª

17 A' 27. Settembre 1764. trovossi l'altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 8. 1. 6., e però la totale di piedi 11. 8. 1. 6., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 5. 7. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi otto, ed un mezzo si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 9. 5. 6., onde risultano piedi cubici 516. 9. 5. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 60. 9. 7., e per ogni secondo piedi cubici 1. 0. 1. 11., che divisi per piedi 26. 5. 7. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 2.

16.ª

Nello stesso giorno replicossi questo sperimento per minuti primi 9. $\frac{1}{2}$, avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 8. 5. 10. 9., e quindi la totale di piedi 11. 8. 5. 10. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 6. per minuto secondo; nella Vasca si fece l'altezza di piedi 2. 0. 0., onde risultano piedi cubici 578., e per ogni minuto primo piedi cubici 60. 10. 1. 3., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 0. 2. 0. 3., che divisi per piedi lineari 26. 6. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 1.

17.ª

Replicato per soli minuti otto lo sperimento coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 0. 6., e però colla totale di piedi 11. 9. 0. 6., a cui compete la celerità di piedi 26. 6. 8. per minuto secondo; si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 8. 4., onde risultano piedi cubici 489. 8. 4., e per ogni minuto primo piedi cubici 61. 2. 6. 6., e per ogni secondo piedi cubici 1. 0. 2. 10. 10., che divisi per piedi 26. 6. 8. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 4.

18.ª

A' 25. Settembre 1765. l'altezza media sul ritaglio essendo di piedi 1. 9. 11. 10., e però la totale di piedi 11. 9. 11. 10.,

a cui compete una celerità di piedi 26. 7. 8. 9. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi 9. $\frac{1}{2}$ si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 1. 9., onde risultano piedi cubici 581. 6. 1. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 61. 2. 6. 6., e per ogni secondo piedi cubici 1. 0. 2. 10. 10., che divisi per piedi lineari 26. 7. 8. 9. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 1. 11.

19.ª

Nello stesso giorno replicossi lo sperimento per minuti primi nove, coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 5. 7. 4., e però colla totale di piedi 11. 9. 5. 7. 4., a cui compete una celerità di piedi 26. 7. 1. 9. per minuto secondo; nella Vasca si fece l' altezza di piedi 1. 10. 10. 9., onde risultano piedi cubici 551. 4. 10. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 61. 3. 2. 6. 4., e per ogni secondo piedi cubici 1. 0. 3. 0. 6., che divisi per piedi lineari 26. 7. 1. 9. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 4.

20.ª

A' 30. Settembre 1765. avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 9. 9. 10., e perciò la totale di piedi 11. 9. 9. 10., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 7. 6. 7. per minuto secondo; nel tempo di dieci minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 1. 5., onde si ebbero piedi cubici 612. 1. 5., e per ogni minuto primo piedi cubici 61. 2. 6. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 0. 2. 10. 11., e quindi la vena di pollici quadrati 5. 6. 2. 5.

Aggiunto come sopra esteriormente il tubo quadro.

21.ª

18 A' 12. Settembre 1765. si trovò l' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 1., e perciò la totale fu di piedi 11. 7. 1., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 4. 5. 4. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi sette e mezzo si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 8., onde

risultano piedi cubici 594. 0. 8., e per ogni minuto primo piedi cubici 79. 2. 5. 10. $\frac{2}{7}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 3. 10. 1. 2., e quindi la vena di pollici quadrati 7. 2. 6.

22.ª

Nello stesso giorno si replicò lo sperimento per minuti primi sette, essendo l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 5. 10. 7., e quindi la totale di piedi 11. 5. 10. 7., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 3. 1. per minuto secondo; nella Vasca si fece nel detto tempo l'altezza di piedi 1. 11. 0., onde risultano piedi cubici 553. 11. 0., e per ogni minuto primo piedi cubici 79. 1. 7., e per ogni secondo piedi cubici 1. 3. 9. 11., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati 7. 2. 9. 6.

Con luce circolare di diametro pollici tre.

23.ª

19 A' 9. Ottobre 1765. essendo l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 5. 3., e perciò la totale di piedi 11. 8. 5. 3., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 6. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi dodici si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 11. 9. 9., onde risultano piedi cubici 573. 5. 9. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 47. 9. 5. 9. 9., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 6. 8. 4. 4., e quindi la vena di pollici quadrati 4. 3. 11. 3.

24.ª

Nello stesso giorno replicossi lo sperimento per altri minuti primi dodici coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 1., e però colla totale di piedi 11. 7. 1., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 4. 5. 4. per ogni minuto secondo; nella Vasca si fece l'altezza di piedi 1. 11. 8. 6., onde risultano piedi cubici 570. 11. 8. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 47. 6. 11. 8. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 9. 6. 2. 4., che divisi per piedi lineari 26. 4. 5. 4. danno la vena di pollici quadrati 4. 3. 11. 7.

Aggiunto esteriormente un tubo cilindrico, lungo pollici otto.

25.ª

20 A' 17. Settembre 1765. l' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 10. 8., la totale piedi 11. 8. 10. 8., sua competente celerità piedi 26. 6. 6.; nello spazio di minuti primi 9. si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 8. 3.; quindi si ebbero piedi cubici 594. 6. 8. 3., e per minuto primo piedi cubici 66. 0. 8. 11., e per ogni secondo piedi cubici 1. 1. 2. 6. 7., che divisi per la celerità di piedi 26. 6. 6. danno la vena di pollici quadrati 5. 11. 8. 2.

26.ª

Nello stesso giorno replicossi questo sperimento per minuti primi otto, avendosi sul ritaglio l' altezza media di piedi 1. 8. 7. 9., e perciò la totale di piedi 11. 8. 7. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 6. 2. 7. per minuto secondo; l' altezza dell' acqua fattasi nella Vasca fu di piedi 1. 9. 11. 9., onde risultano piedi cubici 529. 3. 11. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 66. 1. 11. 11., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 1. 2. 9.; quindi la vena si fa di pollici quadrati 5. 11. 10. 3.

Coll' imbuto cicloidale.

27.ª

21 A' 27. Settembre 1764. avendosi l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 11. 1., e perciò la totale di piedi 11. 8. 11. 1., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 6. 6. per minuto secondo; nel tempo di sei minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 10. 5., onde risultano piedi cubici 539. 10. 5., e per minuto primo piedi cubici 89. 11. 9., e per ogni secondo 1. 5. 11. 11., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati 8. 1. 7.

28.ª

Nello ſteſſo giorno replicoſſi lo ſperimento per altri ſei minuti primi coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 8. 6. 9., e però colla totale di piedi 11. 8. 6. 9., a cui compete una celerità di piedi 26. 6. 1. per minuto ſecondo; l' altezza fattaſi nella Vaſca fu di piedi 1. 10. 10. 6, onde riſultano piedi cubici 550. 10. 10. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 91. 9. 9. 9., e per ogni ſecondo piedi cubici 1. 6. 4. 4. 4., quali diviſi per la celerità di piedi 26. 6. 1. danno la vena di pollici quadrati 8. 3. 9.

29.ª

A' 28. Settembre replicoſſi tre volte codeſto ſperimento, avendoſi nella prima l' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 8. 4. 7., e la totale di piedi 11. 8. 4. 7., a cui compete la celerità di piedi 26. 5. 11. per minuto ſecondo; in ſei minuti primi ſi fece nella Vaſca l'altezza di piedi 1. 11., onde riſultano piedi cubici 553. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 92. 3. 10., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 1. 6. 5. 7., che danno la vena di pollici quadrati 8. 4. 3.

30.ª

Nella ſeconda l' altezza media ſul ritaglio fu di piedi 1. 8. 6. 1., e la totale di piedi 11. 8. 6. 1., a cui compete una celerità di piedi 26. 6. per minuto ſecondo; l' altezza dell' acqua fattaſi nella Vaſca nel tempo di ſei minuti primi fu di piedi 1. 11., e perciò ſi ebbero piedi cubici 553. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 92. 3. 10., e per ogni ſecondo piedi cubici 1. 6. 5. 7., che danno la vena di pollici quadrati 8. 4. 4.

31.ª

Nella terza replica fatta per ſoli minuti primi cinque, l' altezza media ſopra il ritaglio fu di piedi 1. 8. 10. 9. $\frac{1}{5}$, la totale di piedi 11. 8. 10. 9. $\frac{1}{5}$, a cui compete una celerità di piedi 26. 6. 6. per minuto ſecondo; l' altezza dell' acqua caduta nella Vaſca nei detti cinque minuti primi fu di piedi 1. 7. 2., onde ſi ebbero piedi cubici 461. 7. 2.,

e per minuto primo piedi cubici 92. 3. 10., e per ogni ſecondo piedi cubici 1. 6. 5. 7., che danno la vena di pollici quadrati 8. 4. 2.

32.ª

A' 30. Settembre 1765. l' altezza media ſul ritaglio fu di piedi 1. 8. 6. 11., la totale di piedi 11. 8. 6. 11., ſua celerità competente di piedi 26. 6. 1. 8. per minuto ſecondo; nel tempo di ſette minuti primi ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 2. 2. 8., onde ſi ebbero piedi cubici 642. 2. 8., e per minuto primo piedi 91. 8. 11. 5. 1., e per minuto ſecondo piedi cubici 1. 6. 4. 2. 3., che danno la vena di pollici quadrati 8. 3. 8.

Col ſuddetto imbuto, e tubo quadro eſteriormente aggiunto.

33.ª

22 A' 4. Ottobre 1764. eſſendo l' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 8. 11., la totale di piedi 11. 8. 11., la ſua competente celerità di piedi 26. 6. 6.; nel tempo di minuti primi 5. $\frac{1}{2}$ ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 9. 11., onde riſultano piedi cubici 527. 9. 11., e per minuto primo piedi cubici 95. 11. 7.. 5. 5., e per minuto ſecondo 1. 7. 2. 4., e quindi la vena di pollici quadrati 8. 8. 1. 1.

34.ª

Nello ſteſſo giorno replicato lo ſperimento ſolamente per cinque minuti primi coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi. 1. 9. 1. 9. $\frac{1}{2}$, e colla totale di piedi 11. 9. 1. 9. $\frac{1}{2}$, la di cui celerità competente è di piedi 26. 6. 9. 6., ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 7. 11., che dà piedi cubici 479. 7. 11., e per minuto primo piedi cubici 95. 11. 2. 2., e per minuto ſecondo piedi cubici 1. 7. 2. 2., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 8. 7. 11.

35.ª

Replicato per altri cinque minuti primi lo ſperimento coll' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 9. 5. 9. $\frac{1}{2}$, e colla

colla totale di piedi 11. 9. 5. 9. $\frac{3}{5}$, la di cui celerità competente è di piedi 26. 7. 2.; si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 7. 11., che, come nel precedente, dà piedi cubici 479. 7. 11., e per-ogni minuto primo piedi cubici 95. 11. 2. 2., e per minuto secondo piedi cubici 1. 7. 2. 2., onde risulta la vena di pollici quadrati 8. 7. 10. 6.

Quantunque ad una luce quadrata non bene si adatti un tubo cilindrico: con tutto ciò si volle vederne l' effetto nei due seguenti Sperimenti.

Col suddetto imbuto cicloidale, ed aggiunto esternamente un tubo cilindrico, lungo pollici otto.

36.ª

23 A' 5. Ottobre 1764. avendosi sul ritaglio l' altezza media di piedi 1. 8. 3. 6., la totale di piedi 11. 8. 3. 6., la di cui celerità competente è di piedi 26. 5. 9. 10.; nel tempo di sette minuti primi si fece nella Vasca un' altezza di piedi 1. 9. 2., che dà piedi cubici 509. 9. 2., e per minuto primo piedi cubici 72. 9. 10. $\frac{4}{7}$, e per minuto secondo piedi cubici 1. 2. 6. 9. 7., onde fassi la vena di pollici quadrati 6. 7. 2.

37.ª

Meno felicemente riuscì il secondo di questi Sperimenti: poichè avendosi l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 10. 9. 5., e quindi la totale di piedi 11. 10. 9. 5., la di cui competente celerità è di piedi 26. 8. 7.; nel tempo di minuti primi 7. $\frac{3}{4}$ si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 11. 1., che dà piedi cubici 555. 11. 1., e per minuto primo piedi cubici 71. 8. 9., e per minuto secondo piedi cubici 1. 2. 4. 1., onde avrebbesi la vena di pollici quadrati 6. 5. 4.

PIANO INFIMO

Con semplice luce quadrata di pollici tre.

38.ª

24 AI 25. Settembre 1764. ebbesi l' altezza ragguagliata sopra il ritaglio di piedi 1. 8. 3. 6., e perciò la totale di piedi 21. 8. 3. 6., la di cui competente celerità è di piedi 36. 0. 11. per minuto secondo; nel tempo di cinque minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 5. 3., onde risultano piedi cubici 415. 5. 3., e per minuto primo piedi cubici 83. 1. 0. $\frac{3}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici 1. 4. 7. 4., che divisi per la celerità di piedi 36. 0. 11. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 4.

39.ª

Replicato nello stesso giorno questo Sperimento per altri minuti primi cinque, coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 10. 5., e colla totale di piedi 21. 9. 10. 5., la cui competente celerità è di piedi 36. 2. 2. per minuto secondo; si ebbe nella Vasca l' altezza di piedi 1. 5. 4., che dà piedi cubici 417. 5. 4., e per ogni minuto primo piedi cubici 83. 5. 10. $\frac{2}{5}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 4. 8. 4., onde risulta la vena di pollici quadrati 5. 6. 5.

40.ª

A' 25. Settembre del 1765. essendo l' altezza ragguagliata sul ritaglio di piedi 1. 8. 11. 10., la totale di piedi 21. 8. 11 10., a cui spetta una celerità di piedi 36. 1. 5. 9. per minuto secondo; nel tempo di sei minuti primi si ebbe nella Vasca un' altezza di piedi 1. 8. 9., onde risultano piedi cubici 499. 8. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 83. 3. 5. 6., e per secondo piedi cubici 1. 4. 7. 10., quindi trovasi la vena di pollici quadrati 5. 6. 4. 10.

41.ª

Replicato per altri sei minuti primi lo Sperimento coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 7. colla totale di pie-

di 21. 8. 7., la di cui celerità competente è di piedi 36. 1. 1. 9. per minuto secondo; si ebbe nella Vasca l' altezza di piedi 1. 8. 8. 9., onde risultano piedi cubici 499. 2. 8. 9., e per minuto primo piedi cubici 83. 2. 5. 6. 6., e per secondo piedi cubici 1. 4. 7. 8. 3., quindi trovasi la vena di pollici quadrati 5. 6. 4. 7.

42.°

A' 27. Settembre 1765. avendosi sul ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 8. 8. 11. 1., e però la totale di piedi 21. 8. 8. 11. 1., a cui compete una celerità di piedi 36. 1. 3. 4.; nel tempo di sette minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 3., onde risultano piedi cubici 584. 0. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 83. 5. 2. 1. 8., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 4. 8. 2. 10., che divisi per la celerità di piedi 36. 1. 3. 4. danno la vena di pollici quadrati 5. 6. 6. 7.

Nota. In tutte le Sperienze fatte con queste luci quadrate di tre pollici di lato si osservò, che la vena dell' acqua uscente comincia a ristringersi nello spiccarsi dagli spigoli interni delle medesime, senza più toccarne all' intorno i margini in verun luogo, anzi distando dagli esterni per circa linee 2. $\frac{1}{2}$, quantunque abbiano esse luci una spessezza di linee 4.; quindi la vena continua a diminuirsi fino ad una piccola distanza, come si notò dopo il primo Sperimento, senza però poterne con qualche sicurezza misurare nè la distanza, nè il lato della vena per le ragioni ivi addotte. Questo solo potendosi dedurre, che il poco più, o poco meno di spessezza delle lastre nulla contribuisce all'accrescimento, od alla diminuzione della vena nelle luci uguali, o maggiori di queste, ma bensì la maggior, o minor regolarità, e pulitezza dei loro spigoli; il che meglio apparirà nelle osservazioni sopra le vene dateci da luci, tanto quadrate, che circolari, minori di queste, aperte in lastre di uguale, e di molto minore spessezza.

Aggiunto esternamente il suddetto tubo quadro.

43.ª

25 A' 17. Settembre 1765. avendosi sopra il ritaglio l'altezza media di piedi 1. 7. 8. $\frac{1}{5}$, e perciò la totale di piedi 21. 7. 8. $\frac{1}{5}$, a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 0. 4. 10. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi cinque si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 10. 10., che dà piedi cubici 549. 10. 10., e per ogni minuto primo piedi cubici 109. 11. 9. $\frac{1}{5}$, e per ogni secondo piedi cubici 1. 9. 11. 11. $\frac{11}{25}$, che divisi per piedi lineari 36. 0. 4. 10. danno la vena di pollici quadrati 7. 3. 10. 10.

44.ª

Nello stesso giorno replicato lo Sperimento per altri cinque minuti primi, l'altezza media sopra il ritaglio era di piedi 1. 7. 7. 8. $\frac{2}{5}$, la totale di piedi 21. 7. 7. 8. $\frac{2}{5}$, la di cui celerità competente è di piedi 36. 0. 4. 4.; l'altezza dell'acqua nella Vasca si trovò di piedi 1. 10. 9. 6., onde si ebbero piedi cubici 548. 10. 9. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 109. 9. 4. 3., e per ogni secondo piedi cubici 1. 9. 11. 5., che danno la vena di pollici quadrati 7. 3. 9.

Con luce circolare di diametro pollici tre.

45.ª

26 A' 10. Ottobre 1765. l'altezza media sul ritaglio essendo di piedi 1. 7. 4. 4. 6., la totale di piedi 21. 7. 4. 4. 6., a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 0. 1. 7. per minuto secondo; nel tempo di otto minuti primi si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 9. 7. 9., che dà piedi cubici 521. 3. 7. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 65. 1. 11. 5., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 1. 0. 4. 8., onde risulta la vena di pollici quadrati 4. 4. 1.

46.ª

Nello stesso giorno replicossi questo Sperimento per altri otto minuti primi coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 2. 6., colla totale di piedi 21. 7. 2. 6., a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 0. 0. per secondo; l' altezza dell' acqua nella Vasca si trovò di piedi 1. 9. 7. 6., che dà piedi cubici 520. 9. 7. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 65. 1. 2. 5. 3., e per ogni secondo piedi cubici 1. 1. 0. 2. 10., onde risulta la vena di pollici quadrati 4. 4. 1.

Nota. In tutti gli Sperimenti fatti con questa medesima luce circolare, che ha pollici tre di diametro, ed aperta in lastra sottile di circa mezza linea di spessezza, si trovò il diametro della vena contratta di linee 29. circa, dico circa, perchè il continuo tremore della vena medesima non permise precisione maggiore; esso diametro diminuito trovossi distante dagli spigoli interiori del foro per linee quindici circa; il getto poi tanto di questa, che degli altri fori circolari, fu sempre unito, come se l' acqua uscisse da un tubo cilindrico.

Aggiunto esternamente un tubo cilindrico, lungo come sopra pollici otto.

47.ª

27 A' 19. Settembre 1765. essendo l'altezza ragguagliata sopra il ritaglio di piedi 1. 9. 4. 5. $\frac{1}{7}$, e perciò la totale di piedi 21. 9. 4. 5. $\frac{1}{7}$, a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 1. 9. 8. per minuto secondo; nel tempo di sette minuti primi si fece nella Vasca l'altezza di piedi 2. 2. 1., che dà piedi cubici 628. 2. 1., e per ogni minuto primo piedi cubici 89. 8. 10. $\frac{2}{7}$, e per minuto secondo piedi cubici 1. 5. 11. 4., onde risulta la vena di pollici quadrati 5. 11. 5. 10.

48.ª

Nello stesso giorno si replicò per altri sette minuti primi lo Sperimento coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 11. 7. $\frac{5}{7}$, colla totale di piedi 21. 9. 11. 7. $\frac{5}{7}$, a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 2. 3. 7. per minuto secondo; nella Vasca si trovò l' altezza dell'acqua di piedi 2. 2. 0. 6., che dà piedi cubici 627. 2. 0. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 89. 7. 1. 9., e per ogni minuto secondo piedi cubici 1. 5. 11. 0. 4., che divisi per piedi lineari 36. 2. 3. 7. danno la vena di pollici quadrati 5. 11. 3. 6.

Nota. Tanto nei tubi quadri, che nei circolari di questa, o di minore apertura non si osservò coll'occhio sensibile contrazione di vena, nè voto alcuno attorno il foro di uscita: con tutto ciò il calcolo ne dimostra, che le dispense con essi fatte mancano ancora notabilmente dall' essere intere, o dicasi massime.

Coll' imbuto cicloidale.

49.ª

28 A' 25. Settembre 1764. avendosi sopra il ritaglio l' altezza media di piedi 1. 6. 8. 6., la totale di piedi 21. 6. 8. 6., a cui compete una celerità di piedi 35. 11. 7. per minuto secondo; nel tempo di quattro minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 9. 1., che dà piedi cubici 507. 9. 1., e per minuto primo piedi cubici 126. 11. 3., e per minuto secondo piedi cubici 2. 1. 4. 8., onde ricavasi la vena di pollici quadrati 8. 5. 8.

50.ª

Nello stesso giorno replicossi lo Sperimento per minuti primi quattro, ed un quarto, coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 6. 8. 8., colla totale di piedi 21. 6. 8. 8., a cui compete una celerità di piedi 35. 11. 7.; nella Vasca si trovò l'altezza di piedi 1. 10. 6., che dà piedi cubici 541. 10. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 127. 6., e per ogni

secondo piedi cubici 2. 1. 6., onde risulta la vena di pollici quadrati 8. 6. 1.

Aggiunto esternamente il tubo quadro.

51.ª

29 A' 3. Ottobre 1764. avendosi sopra il ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 7. 8. 9. $\frac{1}{5}$, quindi la totale di piedi 21. 7. 8. 9. $\frac{1}{5}$, a cui compete una celerità di piedi 36. 0. 5. 4. per minuto secondo; nel tempo di cinque minuti primi si fece nella Vasca l'altezza di piedi 2. 2. 9., che dà piedi cubici 644. 2. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 128. 10. 1. 9., e per ogni minuto secondo piedi cubici 2. 1. 9. 2. $\frac{4}{5}$; onde rilevasi la vena di pollici quadrati 8. 6. 11.

52.ª

A' 4. Ottobre 1764. replicossi questo Sperimento solamente per quattro minuti primi, avendosi l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 5. 9., la totale di piedi 21. 9. 5. 9., a cui compete una celerità di piedi 36. 1. 10. 9. per minuto secondo; l'acqua caduta nella Vasca fece un' altezza di piedi 1. 9. 7. 6., che dà piedi cubici 520. 9. 7. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 130. 2. 4. 10., e per ogni secondo piedi cubici 2. 2. 0. 5., onde rilevasi la vena di pollici quadrati 8. 7. 8. 5.

Con semplice imbuto cicloidale, maggiore del precedente, avendo il suo circolo generatore un diametro di linee ventiquattro.

53.ª

30 A' 3. Settembre 1765. avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 7. 4., e però la totale di piedi 21. 7. 4., a cui corrisponde la celerità di piedi 35. 11. 6. per minuto secondo; nel tempo di quattro minuti primi, ed un quarto si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 10. 10., onde si

ebbero piedi cubici 549. 10. 10., e per ogni minuto primo 129. 4. 8., e per ogni ſecondo piedi cubici 2. 1. 10. 6. $\frac{2}{5}$, e quindi la vena trovaſi di pollici quadrati 8. 7. 7. 6.

In queſta Sperienza ſeguì qualche diſperſione di acqua dalla Vaſca per una portina non affatto ben chiuſa.

54.ª

A' 4. Settembre avendoſi ſul ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 7. 6., la totale di piedi 21. 7. 6., a cui compete una celerità di piedi 36. 0. 3. per minuto ſecondo; nel tempo di minuti primi quattro, ed un quarto, l'acqua caduta nella Vaſca ha fatto l'altezza di piedi 1. 11. 0., che dà piedi cubici 553. 11. 0., e per ogni minuto primo piedi cubici 130. 4. 0., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 2. 2. 0. 9. $\frac{3}{5}$, onde la vena trovaſi di pollici quadrati 8. 8. 2. 6.

55.ª

Nello ſteſſo giorno replicoſſi lo Sperimento per minuti primi quattro, ed un terzo, avendoſi ſul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 8. 8., la totale di piedi 21. 8. 8., la di cui celerità competente è di piedi 36. 1. 2. per minuto ſecondo; l'altezza dell'acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 11. 6., onde riſultano piedi cubici 566. 11. 6. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 130. 10. 0. 7., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 2. 2. 2., e quindi rilevaſi la vena di pollici quadrati 8. 8. 4. 8.

56.ª

A' 6. Settembre ſi replicò lo Sperimento per altri minuti primi quattro, ed un mezzo: avendoſi ſul ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 6. 7. 3., la totale di 21. 6. 7. 3., a cui corriſponde una celerità di piedi 35. 11. 7. per minuto ſecondo; l'altezza dell'acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 2. 0. 4. 6., onde ſi ebbero piedi cubici 587. 0. 4. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 130. 5. 5., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 2. 2. 1. 1., quindi riſulta la vena di pollici quadrati 8. 8. 5. 6.

Aggiunta

Aggiunto al ſuddetto imbuto cicloidale maggiore eſteriormente il ſolito tubo quadro.

57.ª

31 A' 4. Settembre 1765. eſſendo l'altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 5. 8. 10., perciò la totale di piedi 21. 5. 8. 10., a cui corriſponde una celerità di piedi 35. 10. 9. per minuto ſecondo; nel tempo di quattro minuti primi ſi fece nella Vaſca l'altezza di piedi 1. 9. 8., onde riſultano piedi cubici 521. 9. 8., e per minuto primo piedi cubici 130. 5. 5., e per minuto ſecondo piedi cubici 2. 2. 1. 1., quindi ſi fa la vena di pollici quadrati 8. 8. 8.

58.ª

A' 5. Settembre ſi replicò lo Sperimento per altri minuti primi quattro coll'altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 4. 10. 1., colla totale di piedi 21. 4. 10. 1., e quindi colla celerità di piedi 35. 10. 0. 4.; l'altezza nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 8. 11. 6., che dà piedi cubici 504. 8. 11. 6., e per ogni minuto primo 126. 2. 2. 10. 6., e per ogni ſecondo piedi cubici 2. 1. 2. 10. $\frac{7}{40}$; quindi ſarebbeſi la vena di pollici quadrati 8. 5. 4. 8.; ma in fine dello Sperimento ci avviddimo, che il tubo non era adattato a dovere all'apertura.

59.ª

Nello ſteſſo giorno ſi replicò per minuti primi quattro, ed un mezzo lo Sperimento, avendoſi l'altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 5. 0. 6., la totale di 21. 5. 0. 6., a cui corriſponde la celerità di piedi 35. 10. 2. 4. per minuto ſecondo; l'altezza nella Vaſca ſi trovò di piedi 2. 0. 1. 3., onde riſultano piedi cubici 580. 6. 1. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 129. 0. 0. 3. 4., e per ogni ſecondo piedi cubici 2. 1. 9. 7. $\frac{31}{90}$, che danno la vena di pollici quadrati 8. 7. 7.

60.ª

A' 6. Settembre avendoſi l'altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 5. 10. 11., e però la totale di piedi 21. 5. 10. 11., a cui compete la celerità di piedi 35. 10. 11. per minuto

ſecondo; nel tempo di minuti primi quattro, ed un mezzo ſi fece nella Vaſca l'altezza di piedi 2. 0. 2. 3., quindi ſi ebbero piedi cubici 582. 6. 2. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 129. 5. 4. 6., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 2. 1. 10. 8., che danno la vena di pollici quadrati, 8. 7. 9. 9. 10.

Nota. Nè anco nelle vene dateci dagl' imbuti cicloidali ſi potè coll' occhio ſcorgere diminuzione ſenſibile, che anzi l'acqua uſcente parea ſoda come ſaſſo: contuttociò il calcolo ne fa conoſcere, che le diſpenſe non ſono per anco intere, o maſſime, ſebbene ad eſſe ſi trovino aſſai proſſime.

CAP. III.

Sperienze con aperture di due pollici.

PIANO SUPERIORE

Con luce quadrata di due pollici di lato.

61.ª

32 A' 26. Settembre 1764. avendoſi ſopra il ritaglio l' altezza media di piedi 1. 7. 8., e però la totale di piedi 6. 7. 8., a cui corriſponde la celerità di piedi 19. 11. 6. per minuto ſecondo; nel tempo di quindici minuti primi ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 1. 8. 4., onde ſi ebbero piedi cubici 329. 9. 8. 4., e per ogni minuto primo piedi cubici 21. 11. 10. 1. 8., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 4. 4. 9. 2. 8., che diviſi per piedi lineari 19. 11. 6. danno la vena di pollici quadrati 2. 7. 8.

62.ª

Nello ſteſſo giorno replicoſſi queſto Sperimento per altri minuti primi quindici coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 7. 11. 10. $\frac{2}{3}$, colla totale di piedi 6. 7. 11. 10. $\frac{2}{3}$, a cui compete la celerità di piedi 19. 11. 11. per minuto ſecondo; nella Vaſca ſi trovò l'altezza di piedi 1. 1. 7. 4.,

onde ſi ebbero piedi cubici 327. 9. 7. 4., e per ogni minuto primo piedi cubici 21. 10. 2. 10. $\frac{2}{3}$, e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 4. 4. 5. 4. $\frac{4}{5}$, che diviſi per piedi lineari 19. 11. 11. danno la vena di pollici quadrati 2. 7. 6.

Nelle Sperienze colle ſemplici luci quadrate di due pollici, fatte nel 1764. con le laſtre mobili, eſteriormente adattate alle fiſſe, eſſendoſi ritrovate differenze ſenſibili tra le loro diſpenſe, e quelle, che avrebbero dovuto dare riſpettivamente alle luci di tre pollici, ſi argomentò bensì donde procedeſſero; e ſi fecero entrare in calcolo le cagioni onde veniſſero corrette. Contuttociò in queſta materia eſſendo proclive l' errare, non oſtante la bella apparenza di verità, ſonoſi nel 1765. adoperate altre luci ſimili, ed uguali in laſtre di mezza linea di ſpeſſezza, dietro alle fiſſe applicate, ſicchè immediatamente riceveſſero l' acqua uſcente.

Con luci quadrate di due pollici in laſtra ſottile, adattate interiormente alle fiſſe.

63.ª

33 A' 26. Settembre 1765. avendoſi ſopra il ritaglio l'altezza media di piedi 1. 8. 10., la totale di piedi 6. 8. 10., a cui compete la celerità di piedi 20. 1. 2. 11. per minuto ſecondo; nel tempo di minuti primi trenta ſi è fatta nella Vaſca l' altezza di piedi 2. 1. 2., onde ſi ebbero piedi cubici 606. 1. 2., e per ogni minuto primo piedi cubici 20. 2. 5. 3. 2., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 4. 0. 5 10., che diviſi per piedi lineari 20. 1. 2. 11. danno la vena di pollici quadrati 2. 4. 11. 3.

64.ª

Nello ſteſſo giorno replicoſſi queſto Sperimento per altri minuti primi trenta, avendoſi l' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 11. 3. 7., e perciò la totale di piedi 6. 11. 3. 7., a cui compete una celerità di piedi 20. 4. 10. 9. per minuto ſecondo; l' altezza dell' acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 2. 1. 7., onde riſultano piedi cubici 616. 1. 7., e

per minuto primo piedi cubici 20. 6. 5. 5. 2., e per minuto secondo. piedi cubici 0. 4. 1. 3. 6., che danno la vena di pollici quadrati 2. 4. 11. 9.

Aggiunto alle lastre ordinarie esteriormente un tubo quadro, lungo pollici otto.

65.ª

34 AGli 11. Ottobre 1764. l'altezza media sul ritaglio si trovò di piedi 1. 7. 1. 1. $\frac{4}{5}$, quindi la totale fu di piedi 6. 7. 1. 1. $\frac{4}{5}$, a cui compete una celerità di piedi 19. 10. 7. 8. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi venti si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 11. 1., che dà piedi cubici 555. 11. 1., e per ogni minuto primo piedi cubici 27. 9. 6. $\frac{2}{5}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 5. 6. 8. $\frac{2}{5}$, quindi risulta la vena di pollici quadrati 3. 4. 3.

66.ª

Replicato lo Sperimento solamente per dieci minuti primi coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 2. 3. $\frac{1}{5}$, colla totale di piedi 6. 7. 2. 3. $\frac{1}{5}$, a cui compete una celerità di piedi 19. 10. 9. 5. per minuto secondo; l'altezza dell'acqua nella Vasca si trovò di piedi 0. 11. 6. 9., che dà piedi cubici 278. 5. 6. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 27. 10. 1. 10., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 5. 6. 9. 11., quindi rilevasi la vena di pollici quadrati 3. 4. 3.

67.ª

A' 17. Settembre 1765. avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 10. 10. $\frac{2}{5}$, la totale di piedi 6. 10. 10. $\frac{2}{5}$; a cui compete una celerità di piedi 20. 4. 3. 2. per minuto secondo; nel tempo di venti minuti primi misurati colla mostra si fece nella Vasca l'altezza di piedi 2. 0. 1., che importa piedi cubici 580. 0. 1., e per ogni minuto primo piedi cubici 29. 0. 0., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 5. 9. 7. 3., onde trovasi la vena di pollici quadrati 3. 5. 0. 4.

68.ª

Nello ſteſſo giorno replicoſſi lo Sperimento per altri venti minuti primi miſurati col ſolito pendolo, l'altezza media ſul ritaglio ſi trovò di piedi 1. 9. 6. 8. $\frac{2}{5}$, la totale di piedi 6. 9. 6. 8. $\frac{2}{5}$, a cui corriſponde una celerità di piedi 20. 2. 3. 10. per minuto ſecondo; l'altezza dell' acqua nella Vaſca di piedi 1. 11. 5. dà piedi cubici 563. 11. 5., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 2. 4. 6.. e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 5. 7. 8. 2., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 3. 4. 2. 7.

Con luce circolare di diametro pollici due.

69.ª

35 A' 9. Ottobre 1765. l' altezza media ſul ritaglio ſi trovò di piedi 1. 9. 5. 1. 4., e però la totale di piedi 6. 9. 5. 1. 4., a cui compete una celerità di piedi 20. 2. 1. 6. per minuto ſecondo; nel tempo di minuti primi trenta ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 8. 3. 6., che dà piedi cubici 488. 8. 3. 6., e per minuto primo piedi cubici 16. 3. 5. 8., e per ſecondo piedi cubici 0. 3. 3. 1. 2., onde riſulta la vena di pollici quadrati 1. 11. 3.

70.ª

A' 10. Ottobre ſi replicò lo Sperimento per altri minuti primi trenta coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 8. 10. 2., colla totale di piedi 6. 8. 10. 2., a cui corriſponde una celerità di piedi 20. 1. 3. 2.; nella Vaſca ſi fece l' altezza di piedi 1. 8. 3. 3., che dà piedi cubici 488. 2. 3. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 16. 3. 3. 3. 8., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 3. 3. 0. 8., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 1. 11. 3. 8.

Aggiunto esteriormente un tubo cilindrico, lungo pollici otto col diametro di pollici due.

71.ª

36 A' 19. Settembre 1765. avendosi l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 11. 9., e però la totale di piedi 6. 9. 11. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 20. 2. 11. 5. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi venticinque si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 10. 8., onde si ebbero piedi cubici 545. 10. 8., e per minuto primo piedi cubici 21. 10. 0. 4., e per minuto secondo piedi cubici 0. 4. 4. 4. 10., quindi si fa la vena di pollici quadrati 2. 7. 0. 8.

72.ª

Nello stesso giorno replicossi lo Sperimento per altri minuti primi venticinque, avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 7. 6. 7. 2. la totale di piedi 6. 7. 6. 7. 2., a cui corrisponde una celerità di piedi 19. 11. 3. 11. per minuto secondo; l'altezza dell'acqua nella Vasca si trovò di piedi 1. 10. 3. 6., onde si ebbero piedi cubici 536. 10. 3. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 21. 5. 8. 3. $\frac{1}{5}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 4. 3. 6. 5. 6., che danno la vena di pollici quadrati 2. 7. 0. 1.

SECONDO PIANO

Con semplice luce quadrata di due pollici di lato in lastra mobile esternamente adattata alla fissa.

73.ª

37 A' 20. Settembre 1764. ebbesi l'altezza ragguagliata sopra il ritaglio di piedi 1. 5. 1. 4., e perciò la totale di piedi 11. 5. 1. 4., a cui compete la celerità di piedi 26. 2. 2. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi quindici si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 5. 7., onde si ebbero piedi cubici 423. 5. 7., e per ogni minuto

primo piedi cubici 28. 2. 9. 3., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 5. 7. 9., che diviſi per piedi lineari 26. 1. 2. danno la vena di pollici quadrati 2. 7. 0.

74.ª

Replicato lo Sperimento per altri minuti primi quindici coll' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 4. 3. $\frac{1}{5}$, colla totale di piedi 11. 4. 3. $\frac{1}{5}$, a cui corriſponde una celerità di piedi 26. 1. 3. per minuto ſecondo; trovoſſi l' altezza dell' acqua nella Vaſca di piedi 1. 5. 6., onde riſultano piedi cubici 421. 5. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 1. 2., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 0. 5. 7. 5., e quindi la vena di pollici quadrati 2. 7. 0.

75.ª

A' 27. Settembre replicoſſi ancora lo Sperimento per altri minuti primi quindici, avendoſi l' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 9. 6., la totale di piedi 11. 9. 6., a cui compete una celerità di piedi 26. 7. 2. per minuto ſecondo; l'altezza dell'acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 5. 8. 6., onde ſi ebbero piedi cubici 426. 5. 8. 6., e per ogni minnto primo piedi cubici 28. 5. 2. 2., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 5. 8. 2. 10., quindi trovaſi la vena di pollici quadrati 2. 6. 9.

76.ª

Alli 28. Settembre replicatoſi ancora per quindici minuti primi lo Sperimento coll' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 10. 1. 9., colla totale di piedi 11. 10. 1. 9., a cui ſpetta una celerità di piedi 26. 7. 11.; l' altezza dell' acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 5. 8. 6., che dà piedi cubici 426. 5. 8. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 5. 2. 2., e per ogni minuto ſecondo piedi cubici 0. 5. 8. 2. 10., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 2. 6. 8.

77.ª

Alli 17. Ottobre alla laſtra fiſſa di queſto ſecondo piano adattoſſi la mobile propria del piano ſuperiore, ed ebbeſi l' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 6. 9. 5., la totale di

piedi 11. 6. 9. 5.; a cui compete una celerità di piedi 26. 4. 1. 3. per minuto secondo; nel tempo di venti minuti primi si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 11. 10. 6., che dà piedi cubici 574. 11. 10. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 8. 11. 11., e per ogni secondo piedi cubici 0. 5. 8. 11. 11., quindi trovasi la vena di pollici quadrati 2. 7. 5.

Con luce quadrata di due pollici in lastra sottile, applicata interiormente alla fissa.

78.ª

38 A' 23. Settembre 1765. avendosi l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 0. 8., la totale di piedi 11. 8. 0. 8., la di cui competente celerità è di piedi 26. 5. 6. 7.; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca un'altezza d'acqua di piedi 1. 10. 1., che importa piedi cubici 531. 10. 1., e per ogni minuto primo piedi cubici 26. 7. 1. 3., e per ogni secondo piedi cubici 0. 5. 3. 10., onde ricavasi la vena di pollici quadrati 2. 4. 11. 4.

79.ª

Replicato lo Sperimento per minuti primi ventiuno coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 0. 3. 5., colla totale di piedi 11. 9. 0. 3. 5., a cui compete la celerità di piedi 26. 6. 7. 9., si ebbe nella Vasca un'altezza di piedi 1. 11. 3. 9., che importa piedi cubici 561. 5. 3. 9., e per minuto primo piedi cubici 26. 8. 9. 10., e per ogni secondo piedi cubici 0. 5. 4. 1. 11., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati 2. 5. 0.

80.ª

A' 24. Settembre avendosi l'altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 9. 4. 1. 6., la totale di piedi 11. 9. 4. 1. 6., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 7. 0. 1. per minuto secondo; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi 1. 10. 3., che importa piedi cubici 535. 10. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 26. 9. 6. 1.

26. 9. 6. 1., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 5. 4. 3. 7., onde riſulta la vena di pollici quadrati 2. 5. 0. 3.

81.

Replicato lo Sperimento per altri venti minuti primi coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 10. 1. 6.; colla totale di piedi 11. 10. 1. 6., la di cui competente celerità è di piedi 26. 7. 10. 8. per minuto ſecondo; ſi ebbe nella Vaſca un' altezza d' acqua di piedi 1. 10. 4. 6., che importa piedi cubici 538. 10. 4. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 26. 11. 3. 10., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 5. 4. 7. 11., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 2. 5. 1. 4.

Aggiunto eſternamente alla laſtra ordinaria il tubo quadro, lungo pollici otto.

82.ª

39 AGli 11. Ottobre 1764. eſſendo l' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 9. 0. 11., e la totale 11. 9. 0. 11., la di cui competente celerità è di piedi 26. 6. 8.; nel tempo di dieci minuti primi ſi è fatta nella Vaſca l' altezza di acqua di piedi 1. 3. 5., che importa piedi cubici 371. 3. 5., e per ogni minuto primo piedi cubici 37. 1. 6. 6., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 7. 5. 1. $\frac{1}{10}$, onde riſulta la vena di pollici quadrati 3. 4. 3.

83.ª

Nello ſteſſo giorno replicato lo Sperimento per dodici minuti primi coll' altezza media ſopra il ritaglio di piedi 1. 9. 4. 2. 6., colla totale di piedi 11. 9. 4. 2. 6., a cui corriſponde una celerità di piedi 26. 7. 0. per minuto ſecondo; ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 6. 6., che importa piedi cubici 445. 6. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 37. 1. 6. 6., e per minuto ſecondo piedi cubici 0. 7. 5. 1. 3. $\frac{3}{5}$, onde riſulta la vena di pollici quadrati 3. 4. 2.

84.ª

A' 4. Settembre 1765. avendosi sul ritaglio l'altezza media di piedi 1. 7. 5. 9. la totale di piedi 11. 7. 5. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 4. 10.; nel tempo di quindici minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di acqua di piedi 1. 11. 0., che importa piedi cubici 553. 11. 0., e per minuto primo piedi cubici 36. 11. 1. $\frac{1}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici 0. 4. 7. 6., onde risulta la vena di pollici quadrati 3. 4. 3. 4.

85.ª

A' 5. Settembre essendo l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 5. 5. 7., la totale di piedi 11. 7. 5. 5. 7., a cui compete la celerità di piedi 26. 4. 16.; nel tempo di sedici minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi 2. 0. 7., che importa piedi cubici 592. 0. 7., e per minuto primo piedi cub. 37. 0. 0. 5. 3., e per minuto secondo piedi cubici 0. 7. 4. 9. $\frac{11}{16}$, che danno la vena di pollici quadrati 3. 4. 4. 4.

86.ª

Nel medesimo giorno l'altezza media sul ritaglio si trovò di piedi 1. 2. 6. 2., a cagione della continua diminuzione della corrente medesima, la totale di piedi 11. 2. 6. 2., a cui corrisponde una celerità di piedi 25. 11. 2. 6.; l'altezza fatta dall'acqua nella Vasca nel tempo di sedici minuti primi fu di piedi 2. 0., che importa piedi cubici 578. 0., per ogni minuto primo piedi cubici 36. 1. 6., e per ogni secondo piedi cubici 0. 7. 2. 8., onde risulta la vena di pollici quadrati 3. 4. 1. 5.

Con luce circolare di diametro pollici due.

87.ª

40 AGgli 11. Ottobre 1765. l'altezza media sul ritaglio si trovò di piedi 1. 8. 8. 2. 9., la totale di piedi 11. 8. 8. 2. 9., a cui compete la celerità di piedi 26. 6. 3. 2. per minuto secondo; nel tempo di minuti primi ventiotto

si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 5. 9., onde risultano piedi cubici 589. 6. 5. 9., e per minuto primo piedi cubici 21. 0. 7. 11., e per minuto secondo piedi cubici 0. 4. 2. 6. 4., quindi la vena si fa di pollici quadrati 1. 10. 10. 5.

88.ª

Nello stesso giorno replicossi lo Sperimento in tutte le sopraddette circostanze, e quindi ritrovasi pure la vena di pollici quadrati 1. 10. 10. 5.

Aggiunto esternamente un tubo cilindrico di diametro pollici due, lungo pollici otto.

89.ª

41 NEl suddetto giorno essendo l' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 11. 6. 3. $\frac{2}{5}$, e perciò la totale di piedi 11. 11. 6. 3. $\frac{2}{5}$, a cui compete la celerità di piedi 26. 9. 5. 6. per minuto secondo; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 2., che importa piedi cubici 582. 0. 2., e per minuto primo piedi cubici 29. 1. 2. 6., e per minuto secondo piedi cubici 0. 5. 9. 10. 1., che danno la vena di pollici quadrati 2. 7. 3. 4.

90.ª

Nello stesso giorno essendo l' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 11. 1. $\frac{4}{5}$, la totale di piedi 11. 8. 11. 1. $\frac{4}{5}$, a cui compete la celerità di piedi 26. 6. 6. 6. per minuto secondo; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 11. 10. 6., che importa piedi cubici 574. 11. 10. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 28.8.11.11., e per ogni secondo piedi cubici 0.5.8.11.11.9., onde risulta la vena di pollici quadrati 2. 7. 2. 3.

PIANO INFIMO

Con luce quadrata di due pollici in lastra mobile adattata esternamente alla fissa.

91.ª

42 A' 19. Settembre 1764. ebbesi sul ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 5. 3. 7. 9., la totale di piedi 21. 5. 3. 7. 9., e quindi la sua competente celerità di piedi 35. 10. 4. per minuto secondo; nel tempo di dieci minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi 1. 4. 0., che importa piedi cubici 385. 4. 0., e per minuto primo piedi cubici 38. 6. 5., e per secondo piedi cubici 0. 7. 8. 6., onde rilevasi la vena di pollici quadrati 2. 6. 11.

92.ª

Replicato per quattordici minuti primi lo Sperimento coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 5. 4., colla totale di piedi 21. 5. 4., a cui corrisponde una celerità di piedi 35. 10. 5. per minuto secondo; si fece nella Vasca l'altezza dell' acqua di piedi 1. 10. 4., che importa piedi cubici 537. 10. 4., e per ogni minuto primo piedi cubici 38. 5. 0. $\frac{2}{7}$, e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 7. 8. 2., onde risulta la vena di pollici quadrati 2. 6. 10.

93.ª

A' 25. Settembre replicato lo Sperimento per dieci minuti primi coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 10. 9. 9. $\frac{1}{5}$, colla totale di piedi 21. 10. 9. 9. $\frac{1}{5}$, a cui corrisponde la celerità di piedi 36. 3. 0. per minuto secondo; nella Vasca si fece l'altezza di piedi 1. 4. 1., che importa piedi cubici 387. 4. 1., e per ogni minuto primo piedi cubici 38. 8. 9. $\frac{7}{10}$, e per ogni secondo piedi cubici 0. 7. 8. 6., onde risulta la vena di pollici quadrati 2. 6. 9.

Nota. Facendosi osservabile la differenza delle vene nelle luci di due pollici dei tre diversi piani, e quella del piano superiore trovandosi maggiore dell'altre, si volle provare, se oltre all'eccesso già noto di grandezza vi concorresse a pro-

durla qualche altra cagione: perciò a' 24. Ottobre 1764. si è fatto lo Sperimento colla lastra medesima del piano superiore negli altri piani ancora per lo spazio di venti minuti primi, e pel piano superiore si trovò la vena calcolata di pollici quadrati 2. 7. 3. 5.; pel piano secondo di pollici quadrati 2. 7. 4. 9.; e pel piano infimo di pollici quadrati 2. 7. 0. 6., cioè in tutti tre i piani sempre maggiore di tutte le altre vene dateci dalle luci proprie di ciascun piano.

Con luce quadrata di due pollici in lastra sottile, applicata interiormente alla fissa.

94.ª

43 A' 6. Settembre 1765. l'altezza media sul ritaglio essendo di piedi 1. 8. 9. 8. 5., la totale di piedi 21. 8. 9. 8. 5., la cui celerità è di piedi 36. 1. 4.; nel tempo di quindici minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza d'acqua di piedi 1. 10. 7. 6., che dà piedi cubici 544. 10. 7. 6., e per minuto primo piedi cubici 36. 3. 10. 10. $\frac{4}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici 0. 7. 3. 2. 2., onde risulta la vena di pollici quadrati 2. 4. 11. 7. 10.

95.ª

A' 12. Settembre essendo l'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 3. 8., la totale di piedi 21. 7. 3. 8., la cui celerità è di piedi 36. 0. 1.; nel tempo di quindici minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi 1. 10. 7., che importa piedi cubici 543. 10. 7., e per ogni minuto primo piedi cubici 36. 3. 1. 3. $\frac{1}{5}$, e per ogni secondo piedi cubici 0. 7. 3. 0. 3., quindi trovasi la vena di pollici quadrati 2. 5. 0. 0.

96.ª

Nello stesso giorno replicossi lo sperimento per altri quindici minuti primi coll'altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 8. 0. 4. $\frac{4}{5}$, colla totale di piedi 21. 8. 0. 4. $\frac{4}{5}$, a cui compete la celerità di piedi 36. 0. 8. 3. 11. l'altezza dell' acqua nella Vasca si trovò di piedi 1. 10. 8. 9., che im-

porta piedi cubici 547. 4. 8. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 36. 5. 10. 11. $\frac{4}{5}$, e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 7. 3. 6. 11. 11., onde rilevaſi la vena di pollici quadrati 2. 5. 1. 9.

97.ª

Replicoſſi lo ſteſſo Sperimento a' 13. Settembre medeſimo per altri quindici minuti primi, avendoſi ſopra il ritaglio l' altezza media di piedi 1. 11. 5. 2. $\frac{4}{5}$, la totale di piedi 21. 11. 5. 2. $\frac{4}{5}$, a cui corriſponde la celerità di piedi 36. 3. 6. 1. 7. per minuto ſecondo; l' altezza dell' acqua nella Vaſca ſi trovò di piedi 1. 10. 10. 9., che importa piedi cubici 551. 4. 10. 9., e per minuto primo piedi cubici 36. 9. 1. 6. $\frac{2}{5}$, e per minuto ſecondo piedi cubici 0. 7. 4. 2. 8. $\frac{11}{25}$, onde rilevaſi la vena di pollici quadrati 2. 5. 2.

Aggiunto alla laſtra mobile il tubo quadro, lungo pollici otto.

44 A' 10. Ottobre 1764. ſonoſi fatti due Sperimenti, nel primo de' quali trovavaſi una vena di pollici quadrati 2. 9. 7., e nel ſecondo di pollici quadrati 2. 7. 0., amendue troppo mancanti dalle ritrovate negli altri Sperimenti fatti collo ſteſſo tubo; la cagione ſi fu l'aria cantonata nell' imbocco del tubo, che poi manifeſtoſſi col ſolito fiſchio, e col ſubito abbaſſamento della ſuperficie ſuperiore dell' acqua ſopra il ritaglio, e col ſenſibile ingroſſamento di vena. Con maggior cautela ſi fece poi il ſeguente.

98.ª

A' 12. Ottobre avendoſi ſul ritaglio l' altezza media di piedi 1. 9. 1. 5., la totale di piedi 21. 9. 1. 5., a cui compete la celerità di piedi 36. 1. 7. 1.; nel tempo di dodici minuti primi ſi fece nella Vaſca l' altezza di piedi 2. 1. 1. 6., che danno piedi cubici 605. 1. 1. 6., e per minuto primo piedi cubici 50. 5. 1. 1. 6., e per minuto ſecondo piedi cubici 0. 10. 1. 0. 2. 8., che diviſi per piedi lineari 36. 1. 7. 1. danno la vena di pollici quadrati 3. 4. 2.

99.ª

A' 18. Settembre essendo l' altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 9. 3. 7. 6., la totale di piedi 21. 9. 3. 7. 6., a cui corrisponde la celerità di piedi 36. 1. 8. 11. 8.; nel tempo di dodici minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 10., che importa piedi cubici 598. 0. 10., e per ogni minuto primo piedi cubici 49. 10. 0. 10., e per ogni secondo piedi cubici 0. 9. 11. 7. 4., onde trovasi la vena di pollici quadrati 3. 3. 8. 6.

100.ª

Nello stesso giorno replicossi lo Sperimento per altri dodici minuti primi coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 8. 5. 7. 6., colla totale di piedi 21. 8. 5. 7. 6., a cui corrisponde la celerità di piedi 36. 1. 0. 8. per minuto secondo; nel tempo suddetto di dodici minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 2. 0. 8., che importa piedi cubici 594. 0. 8., e per minuto primo piedi cubici 49. 6. 0. 8., e per minuto secondo piedi cubici 0. 9. 10. 9. 8., che divisi per piedi lineari 36. 1. 0. 8. danno la vena di pollici quadrati 3. 3. 6. 1.

Con luce circolare di diametro pollici due.

101.ª

45 A' 10. Ottobre 1765. avendosi l' altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 10. 10. 6., la totale di piedi 21. 10. 10. 6., a cui compete la celerità di piedi 36. 3. 0. 7., nel tempo di venti minuti primi si fece nella Vasca l'altezza di piedi 1. 11. 10. 9., che importa piedi cubici 575. 5. 10. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 9. 3. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 5. 9. 0. 8., onde abbiasi la vena di pollici quadrati 1. 10. 10. 3.

102.ª

Nello stesso giorno replicossi lo Sperimento per altri venti minuti primi coll'altezza media sul ritaglio di piedi 1. 7. 4. 7., colla totale di piedi 21. 7. 4. 7., a cui compete una celerità di piedi 36. 0. 2. per minuto secondo; l' altezza dell'

acqua fattasi nella Vasca fu di piedi 1. 11. 9. 6., che dà piedi cubici 572. 11. 9. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 28. 7. 9. 5., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 5. 8. 9. 1., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati 1. 10. 10. 3.

Aggiunto esteriormente il tubo cilindrico d' ugual diametro, lungo pollici otto.

103.ª

46 A' 24. Settembre 1765. avendosi sopra il ritaglio l'altezza media di piedi 1. 5. 11. 9. 9., e perciò la totale di piedi 21. 5. 11. 9. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 35. 10. 11. 9. 9.; nel tempo di sedici minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 2. 1. 11., che importa piedi cubici 624. 1. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 39. 0. 1. 5., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 7. 9. 7. 6., onde risulta la vena di pollici quadrati 2. 7. 3. 4.

104.ª

Replicato lo Sperimento per altri sedici minuti primi coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 10. 9. 5. 4., colla totale di piedi 21. 10. 9. 5. 4., a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 2. 11. 8.; si ebbe nella Vasca l' altezza di piedi 2. 2. 1. 3., che importa piedi cubici 628. 8. 1. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 39. 3. 6. 1., e per ogni minuto secondo piedi cubici 0. 7. 10. 3. 7., onde trovasi la vena di pollici quadrati 2. 7. 2. 7.

Nota. Anche attorno gli orli esteriori delle luci quadrate di due pollici nelle lastre spesse linee quattro osservossi un voto di circa due linee, e di là ad una piccola distanza diminuirsi ancora sensibilmente la vena: ma nelle luci circolari, perchè in lastra sottile, ed internamente applicate alle fisse, non si potè ben distinguere un tal voto, ma bensì la massima contrazione della vena farsi ad una distanza di circa linee dieci dagli spigoli interiori, ed il diametro di circa linee

linee diecinove. Nei tubi quadro, e cilindrico non si potè scoprire coll' occhio nè voto, nè contrazione di vena. Contuttociò le dispense con essi fatte non sono intere, o massime, come ne lo dimostra il calcolo delle medesime.

CAP. IV.

Sperienze con aperture di un pollice.

PIANO SUPERIORE

Con luce quadrata di un pollice in lastra spessa linee quattro, applicata esternamente alla fissa.

105.ª

47 A' 26. Settembre 1764. avendosi sopra il ritaglio l' altezza costante di piedi 1. 9. 1., la totale di piedi 6. 9. 1., a cui compete la celerità di piedi 20. 1. 7. per minuto secondo; nel tempo di trenta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza d' acqua di piedi 0. 6. 7., che importa piedi cubici 158. 6. 7., e per minuto primo piedi cubici 5. 3. 5., e per ogni secondo piedi cubici 0. 1. 0. 8. $\frac{2}{5}$, onde risulta la vena di pollici quadrati 0. 7. 6. 8.

Con luce quadrata di un pollice in lastra sottile, applicata interiormente alla fissa.

106.ª

48 A' 27. Settembre 1765. avendosi sopra il ritaglio l' altezza di piedi 1. 8. 11. 3., la totale di piedi 6. 8. 11. 3., a cui corrisponde una celerità di piedi 20. 1. 4. 9. per minuto secondo; nel tempo di sessanta minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 0. 8. 6., che importa piedi cubici 306. 0. 8. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 5. 1. 2. 6. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici

o. 1. o. 2. 11.; onde risulta la vena di pollici quadrati o. 7. 3. 7. 7.

Aggiunto alla lastra mobile esteriormente un tubo quadro, lungo pollici otto.

107.ª

49 A' 12. Ottobre 1764. avendosi l' altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 10. 3., la totale di piedi 6. 10. 3., a cui compete la celerità di piedi 20. 3. 4. 2.; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi o. 5. 7. 3., che importa piedi cubici 134. 11. 7. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 6. 8. 11. 9., e per ogni minuto secondo piedi cubici o. 1. 4. 2. 4., onde risulta la vena di pollici quadrati o. 9. 7.

In questo Sperimento seguì qualche piccola alterazione nel getto, cagionata da qualche poco d'aria nel tubo cantonata.

108.ª

A' 17. Ottobre avendosi l'altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 7. 7., la totale di piedi 6. 7. 7., la cui corrispondente celerità è di piedi 19. 11. 4. 5.; nel tempo di trenta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi o. 8. 4., che importa piedi cubici 200. 8. 4., e per minuto primo piedi cubici 6. 8. 3. 4., e per minuto secondo piedi cubici o. 1. 4. o. 8., onde trovasi la vena di pollici quadrati o. 9. 7. 10.

109.ª

A' 5. Settembre 1765. avendosi sopra il titaglio l' altezza di piedi 1. 8. 6. 7., la totale di piedi 6. 8. 6. 7., a cui corrisponde la celerità di piedi 20. o. 9. 10. per minuto secondo; nel tempo di quaranta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi o. 11. 2., che importa piedi cubici 268. 11. 2., e per minuto primo piedi cubici 6. 8. 8. 1. $\frac{4}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici o. 1. 4. 1. 7. $\frac{14}{25}$, onde risulta la vena di pollici quadrati o. 9. 7. 9. 4. $\frac{2}{4}$.

Con luce circolare di diametro pollici uno.

110.ª

50 AGli 11. Ottobre 1765. l'altezza media ſul ritaglio eſſendo di piedi 1. 10. 6. 11., la totale di piedi 6. 10. 6. 11., la di cui competente celerità è di piedi 20. 3. 10.; nel tempo di ſeſſanta minuti primi ſi è fatta nella Vaſca l'altezza di piedi 0. 10. 3. 3., che importa piedi cubici 247. 4. 3. 3., e per ogni minuto primo piedi cubici 4. 1. 5. 7. 10., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 0. 9. 10. 8. 9., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 0. 5. 10. 1.

Aggiunto un tubo cilindrico, lungo pollici otto.

111.ª

51 A' 27. Settembre 1765. avendoſi l'altezza coſtante ſopra il ritaglio di piedi 1. 9. 8., la totale di piedi 6. 9. 8., la cui celerità competente è di piedi 20. 2. 6.; nel tempo di minuti primi quarantuno ſi è avuta nella Vaſca l'altezza di piedi 0. 8. 10. 6., che importa piedi cubici 213. 8. 10. 6., e per minuto primo piedi cubici 5. 2. 6. 8. 4., e per ogni ſecondo piedi cubici 0. 1. 0. 6. 1., onde trovaſi la vena di pollici quadrati 0. 7. 5. 1. 10.

SECONDO PIANO

Con luce quadrata di un pollice in laſtra mobile, eſteriormente applicata alla fiſſa.

112.ª

52 A' 28. Ottobre 1764. avendoſi ſopra il ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 10. 8. 1. 9., la totale di piedi 11. 10. 8. 1. 9., a cui compete la celerità di piedi 26. 8. 6.; nel tempo di ventiquattro minuti primi ſi è fatta nella Vaſca l'altezza di piedi 0. 6. 9. 6., che importa piedi cubici

163. 9. 6., e per minuto primo piedi cubici 6. 9. 9. 5., e per minuto secondo piedi cubici 0. 1. 4. 4. 3., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati 0. 7. 4. 2.

Con luce quadrata di un pollice in lastra sottile, internamente applicata alla fissa.

113.ª

53 A' 27. Settembre 1765. avendosi sopra il ritaglio l' altezza costante di piedi 1. 9. 8., la totale di piedi 11. 9. 8., a cui corrisponde la celerità di piedi 26. 7. 4. 6. per minuto secondo; nel tempo di cinquanta minuti primi si fece nella Vasca l' altezza di piedi 1. 1. 11. 6., che importa piedi cubici 336. 1. 11. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 6. 8. 8. 1. 9., e per ogni secondo piedi cubici 0. 1. 4. 1. 7. 6., onde trovasi la vena di pollici quadrati 0. 7. 3. 3. 3.

114.ª

Nello stesso giorno replicossi questo Sperimento per altri quaranta minuti primi nelle medesime circostanze del precedente, e si ebbe nella Vasca l' altezza di piedi 0. 11. 2., che importa piedi cubici 268. 11. 2., e per minuto primo piedi cubici 6. 8. 8. 1. 9., e per minuto secondo piedi cubici 0. 1. 4. 1. 7. 6., e quindi la vena di pollici quadrati 0. 7. 3. 3. 3.

Aggiunto esternamente il tubo quadro, lungo pollici otto.

115.ª

54 A' 12. Ottobre 1764. avendosi l'altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 10. 3., la totale di piedi 11. 10. 3., a cui compete una celerità di piedi 26. 8.; nel tempo di venti minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 0. 7. 5., che importa piedi cubici 178. 7. 5., e per minuto primo piedi cubici 8. 11. 2., e per minuto secondo

piedi cubici o. 1. 9. 5., onde risulta la vena di pollici quadrati o. 9. 7. 8.

116.ª

A' 18. Ottobre avendosi sopra il ritaglio l' altezza costante di piedi 1. 9. 7. 10., la totale di piedi 11. 9. 7. 10., la cui celerità competente è di piedi 26. 7. 4. 3.; nel tempo di minuti primi quarantacinque si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 4. 9., che importa piedi cubici 403. 4. 9., e per minuto primo piedi cubici 8. 11. 6. $\frac{4}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici o. 1. 9. 6., e quindi trovasi la vena di pollici quadrati o. 9. 8. 4.

117.ª

A' 6. Settembre 1765. avendosi sopra il ritaglio l' altezza costante di piedi 1. 9. 4., e però la totale di piedi 11. 9. 4., a cui compete la celerità di piedi 26. 7. o. per minuto secondo; nel tempo di trenta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi o. 11. o., che dà piedi cubici 264. 11., e per ogni minuto primo piedi cubici 8. 9. 11. $\frac{3}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici o. 1. 9. 2. $\frac{8}{25}$, donde risulta la vena di pollici quadrati o. 9. 6. 9. 7.

Con luce circolare di un pollice di diametro.

118.ª

55 AGli 11. Ottobre 1765. essendo l' altezza media sopra il ritaglio di piedi 1. 8. 11. 10., la totale di piedi 11. 8. 11. 10., a cui corrisponde una celerità di piedi 26. 6. 7. 3.; nel tempo di sessanta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 1. 5. 6., che importa piedi cubici 324. 1. 5. 6., e per minuto primo piedi cubici 5. 4. 9. 10. 8., e per secondo piedi cubici o. 1. o. 11. 6., e quindi fassi la vena di pollici quadrati o. 5. 10. 3.

Aggiunto esternamente un tubo cilindrico, lungo pollici otto.

119.ª

56 A' 19. Settembre 1765. avendosi l' altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 8. 9., e però la totale di piedi 11. 8. 9., a cui corrisponde la celerità di piedi 26. 6. 4. 1. per minuto secondo; nel tempo di quaranta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 0. 11. 5. 6., che importa piedi cubici 275. 11. 5. 6., e per minuto primo piedi cubici 6. 10. 9. 5. $\frac{2}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici 0. 1. 4. 6. 8. $\frac{2}{25}$, onde risulta la vena di pollici quadrati 0. 7. 5. 10. 5.

120.ª

Nello stesso giorno avendosi sopra il ritaglio l'altezza ragguagliata di piedi 1. 9. 9. 11. 2., la totale di piedi 11. 9. 9. 11. 2., a cui compete la celerità di piedi 26. 7. 6. 8. per minuto secondo; nel tempo di cinquanta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 2. 5. 6., che importa piedi cubici 348. 2. 5. 6., e per minuto primo piedi cubici 6. 11. 6. 10., e per secondo piedi cubici 0. 1. 4. 8. 6. $\frac{4}{5}$, quindi trovasi la vena di pollici quadrati 0. 7. 6. 4. 6.

PIANO INFIMO

Con luce quadrata di un pollice in lastra mobile esternamente applicata alla fissa.

121.ª

57 A' 19. Settembre 1764. avendosi sopra il ritaglio l'altezza costante di piedi 1. 6. 1., e però la totale di piedi 21. 6. 1., a cui corrisponde la celerità di piedi 35. 11. per minuto secondo; nel tempo di sessanta minuti primi si è fatta nella Vasca l' altezza di piedi 1. 11. 4. 6., che importa piedi cubici 562. 11. 4. 6., e per ogni minuto primo piedi cubici 9. 4. 7., e per ogni secondo piedi cubici 0. 1. 10. 6., onde fassi la vena di pollici quadrati 0. 7. 6. 3.

122.ª

A'25. Settembre 1764. avendosi sopra il ritaglio l'altezza media di piedi 1. 9. 1. 1., la totale di piedi 21. 9. 1. 1., a cui corrisponde la celerità di piedi 36. 1. 6.; nel tempo di trenta minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi o. 11. 9. 6., che importa piedi cubici 283. 11. 9. 6., e per minuto primo piedi cubici 9. 5. 7. 1. $\frac{2}{5}$, e per minuto secondo piedi cubici o. 1. 10. 8. 7. 6., e quindi fassi la vena di pollici quadrati o. 7. 6. 6.

Con luce quadrata di un pollice in lastra sottile, interiormente applicata alla fissa.

123.ª

58 A'26. Settembre 1765. l'altezza media sopra il ritaglio si trovò di piedi 1. 8. 9. 9., e però la totale fu di piedi 21. 8. 9. 9., a cui corrisponde una celerità di piedi 36. 1. 4. 1. per secondo; nel tempo di quaranta minuti primi si è avuta nella Vasca l'altezza di piedi 1. 3. 1. 3., che importa piedi cubici 363. 9. 1. 9., e per ogni minuto primo piedi cubici 9. 1. 1. 6. 6., e per ogni minuto secondo piedi cubici o. 1. 9. 10., onde risulta la vena di pollici quadrati o. 7. 3. o. 8.

124.ª

Replicato nello stesso giorno lo Sperimento per altri quaranta minuti primi coll' altezza media sul ritaglio di piedi 1. 9. 1. 9. 3., colla totale di piedi 21. 9. 1. 9. 3., la cui celerità competente è di piedi 36. 1. 7. 5.; si ebbe nella Vasca l'altezza di piedi 1. 3. 1. 3., cioè piedi cubici 363. 9. 1. 9., come nel precedente, e per minuto primo piedi cubici 9. 1. 1. 6. 6., e per secondo piedi cubici o. 1. 9. 10., e quindi la vena di pollici quadrati o. 7. 2. 11. 9.

125.ª

Replicato lo Sperimento per altri quaranta minuti primi, coll' altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 11. 3., colla totale di piedi 21. 11. 3., a cui compete la celerità

di piedi 36. 3. 4. 4., si ebbe nella Vasca l'altezza di piedi 1. 3. 2. 6., che importa piedi cubici 366. 3. 2. 6., e per minuto primo piedi cubici 9. 1. 10. 6. 9., e per secondo piedi cubici 0. 1. 9. 11. 8., onde risulta la vena di pollici quadrati 0. 7. 3. 2. 8.

Aggiunto esternamente un tubo quadro, lungo pollici otto.

126.ª

59 A' 12. Ottobre 1764. avendosi sopra il ritaglio l'altezza media di piedi 1. 9. 11. 4. $\frac{1}{3}$, e però la totale di piedi 21. 9. 11. 4. $\frac{1}{3}$, a cui corrisponde la celerità di piedi 36. 2. 3. 4.; nel tempo di dodici minuti primi (per subito mancamento di acqua), si fece nella Vasca l'altezza di piedi 0. 10. 1. 6., che importa piedi cubici 243. 10. 1. 6., e per minuto primo piedi cubici 12. 2. 3. 8., e per secondo piedi cubici 0. 2. 5. 3. 1. $\frac{1}{3}$, onde fassi la vena di pollici quadrati 0. 9. 8. 5.

127.ª

A' 17. dello stesso Ottobre si replicò lo Sperimento pel tempo di trenta minuti primi coll'altezza costante sul ritaglio di piedi 1. 6. 3., colla totale di piedi 21. 6. 3., a cui corrisponde la celerità di piedi 35. 11. 2. 6., l'altezza dell'acqua nella Vasca si trovò di piedi 1. 3. 2., che importa piedi cubici 365. 3. 2., e per ogni minuto primo piedi cubici 12. 2. 1. 3., e per ogni secondo piedi cubici 0. 2. 5. 2. 8., onde trovasi la vena di pollici quadrati 0. 9. 9. 1.

128.ª

A' 23. Settembre 1765. coll'altezza costante sopra il ritaglio di piedi 1. 9. 4., colla totale di piedi 21. 9. 4., la di cui competente celerità è di piedi 36. 1. 9. 3.; nel tempo di trenta minuti primi si è fatta nella Vasca l'altezza di piedi 1. 2. 8., che importa piedi cubici 353. 2. 8., e per ogni minuto primo piedi cubici 11. 9. 3. 5. 7.; e per ogni

ogni ſecondo piedi cubici o. 2. 4. 3. 1. 1., onde faſſi la vena di pollici quadrati o. 9. 4. 6. 10.

In queſto Sperimento è ſeguito lo sbaglio di qualche minuto ſecondo nella miſura del tempo.

Con luce circolare di diametro pollici uno.

129.ª

60 AGli 11. Ottobre 1765. avendoſi ſopra il ritaglio l' altezza coſtante di piedi 2. o. 2. 6., la totale di piedi 22. o. 2. 6., a cui compete la celerità di piedi 36. 4. 1. 10. per minuto ſecondo; nel tempo di ſeſſanta minuti primi ſi è fatta nella Vaſca l' altezza di piedi 1. 6. 5. 6., che importa piedi cubici 444. 6. 5, 6., e per minuto primo piedi cubici 7. 4. 10. 10. 8., e per minuto ſecondo piedi cubici o. 1. 5. 9. 4. 6., che diviſi per la celerità di piedi 36. 4. 1. 10. danno la vena di pollici quadrati o. 5. 10. 5.

Aggiunto eſteriormente il tubo cilindrico, lungo pollici otto.

130.ª

61 A' 24. Settembre 1765. eſſendo l' altezza media ſul ritaglio di piedi 1. 9. 7. 1. 6., e però la totale di piedi 21. 9. 7. 1. 6., a cui corriſponde la celerità di piedi 36. 1. 11. 10. per minuto ſecondo; nel tempo di trenta minuti primi ſi è fatta nella Vaſca l'altezza di piedi o. 11. 9. 3., che importa piedi cubici 283. 5. 9. 3., e per minuto primo piedi cubici 9. 5. 4. 8. 6., e per ogni ſecondo piedi cubici o. 1. 10. 8. 1., quindi riſulta la vena di pollici quadrati o. 7. 6. 3. 6.

62 *Nota*. 1.° La vena dell' acqua uſcente dalle luci quadrate di un pollice nelle laſtre mobili ſpeſſe linee quattro, eſteriormente applicate alle fiſſe, ſi è oſſervata lontana dagli ſpigoli eſterni dalle medeſime luci circa una linea, e quindi continuare a diminuirſi fino ad una piccola diſtanza da eſſa;

onde si conferma, che la spessezza delle lastre, in luci di queste non minori, nulla contribuisce all' aumento, o alla diminuzione della vena. Dico in luci non minori di queste, ed in lastre di quattro linee di spessezza: perchè dove la spessezza della lastra avesse una ragione maggiore di questa, cioè, dove la spessezza rispetto alla larghezza formasse una porzione di doccia, o di tubo, allora potrà succedere qualche alterazione nella vena.

2.° Nella luce circolare fatta in lastra spessa $\frac{1}{2}$ linea si osservò il diametro della vena contratta di linee circa 9. $\frac{2}{3}$, e lontano dallo spigolo interiore per linee cinque in circa. Ma nel tubo quadro, e nel cilindrico non apparve all' occhio nè voto, nè contrazione di vena: questa scoprendosi solamente col calcolo.

3.° In queste Sperienze vedesi confermato quanto già osservò il Newton, cioè, che una medesima luce, o luci uguali, simili, e similmente applicate all'acqua uscente sotto altezze diverse, formano vene anche simili, ed uguali fra loro, di sorta che la diversità delle pressioni, e quindi delle celerità, o delle forze punto non altera la ragione dell' area della luce, a quella della sua vena massimamente contratta; e ciò in forza del noto principio di uguaglianza, e di opposizione tra l' azione, e la riazione de' corpi, che agiscono l' uno contro l' altro. Ma in vigore del principio medesimo, non solamente forze diverse contro una medesima resistenza, come in queste Sperienze accade all' acqua uscente con diversi gradi di celerità contro gli spigoli di una medesima luce, o di luci simili, ed uguali, ma ancora una medesima forza contro resistenze simili di grandezza diversa, come accade all' acqua uscente collo stesso grado di celerità per luci simili, e similmente applicate di grandezza disuguali, far dee l' effetto medesimo, cioè una ragione medesima tra l' area della luce, e quella della sua vena massimamente contratta.

4.° Quindi generalmente sgorgando l'acqua con una qualunque celerità per luci disuguali, ma simili, e similmente

adattate, conſerveraſſi coſtantemente eſſa ragione tra le aree delle luci, e delle riſpettive loro vene ſommamente contratte: eſſendo alle diverſe celerità ſempre proporzionali le reſiſtenze di queſta ſorta; non dipendendo quelle dalla figura, o grandezza delle luci, ma unicamente dall' altezza dell' acqua ad eſſe luci ſopraſtante.

Dàl che ne ſegue, che la diſpenſa intera, o maſſima di qualſivoglia luce ſtia alla diſpenſa effettiva, come l'area della luce intera all' area della ſua vena maſſimamente contratta; e le differenze tra le diſpenſe maſſime, e le effettive ſieno alle medeſime proporzionali, e perciò ancora alle aree delle luci medeſime, di ſorta che le larghezze delle luci ponendoſi uguali, le diminuzioni delle diſpenſe ſaranno come le altezze, e ponendoſi uguali le altezze delle luci, eſſe diminuzioni ſaranno come le larghezze.

AVVERTIMENTO

Per comodo de' Leggitori qui aggiungonſi le Tavole delle ſoprariferite Sperienze; ma ſi avverta, che volendoſi far uſo di alcuna, dovraſſi vedere il luogo, dove quella viene particolarmente deſcritta, ed ancora il luogo della correzione delle luci nel Capo ſeſto: perchè certe circoſtanze non poſſono eſprimerſi nelle Tavole, ed omeſſe potrebbero indurre in qualch' errore.

TAVOLA

CAP. V.

Si dimoſtra colle Sperienze, ed ancora coi ſoli principj di meccanica, che le celerità dell' acqua uſcente da luci aperte nel fondo, o ne' lati de' vaſi, ſono nella ragione ſudduplicata delle preſſioni, o ſia delle altezze dell' acqua ſteſſa ſopra le luci.

LA certezza de' principj eſſendo non meno la baſe, che la via unica, e ſicura de' progreſſi di ogni ſcienza, e della perfezione delle arti utili, o neceſſarie alla umana ſocietà: e tra queſte tenendo certamente uno de' primi poſti la ſcienza delle acque, perciò l' aſſicurarci de' ſuoi principj ſi fa un obbietto di troppa importanza, per non eccitarne i coltivatori, a diſpetto, dirò così, delle difficoltà, a procurar loro quel grado di certezza, di cui ancora abbiſognano.

Il primo fondamentale principio ſi è quello della legge delle celerità, con cui eſce l' acqua da fori fatti nel fondo, o ne' lati de' vaſi, nei quali trovaſi ad altezze diverſe. La miglior parte de' moderni attienſi alla ragione dimezzata delle altezze, perſuaſa non meno da molte ſperienze, che aſſai da vicino la dimoſtrano, che da buone ragioni comunque non affatto evidenti; ſapendo, che in materie fiſiche non ſempre faſſi luogo a rigoroſe dimoſtrazioni; ma doverci talora contentare di replicate ſperienze, che fatte a dovere in parità di circoſtanze trovinſi concordi; e tanto più, ſe nelle ſperienze concordi traluce qualche ſcintilla di ragione, che le favoriſca. Tutto queſto, e molto di più ottienſi colle noſtre Sperienze, che in numero, e qualità ſuperano di molto quelle fatteſi fino ai dì noſtri. Ma ciò, che più ſoddisfa un genio matematico, queſto ſi ottiene ancora con un chiaro, ſodo raziocinio, capace a mio parere, di toglier per ſempre ogni dubbiezza a chiunque deſidera di conoſcere

la verità per abbracciarla, e ſeguirla; e quantunque altre molte, ed utili coſe ſiamo per iſcoprire in queſt' opera; quando queſta foſſe pur anco la ſola, non tralaſcierebbe di meritarſi l' aggradimento delle perſone ſtudioſe di queſte ſcienze, e di eſſere tutt' inſieme una ſoprabbondante ricompenſa delle noſtre fatiche.

63 A fine di porre queſta verità in tutto il ſuo lume per ora ci appigliamo ſolamente a quelle Sperienze, nelle quali dubbiezza cadere non può circa l' uguaglianza dell' aperture, o circa l' identità delle circoſtanze. Perciò in primo luogo prendanſi a conſiderare le vene dateci nei tre diverſi piani da una medeſima luce circolare intagliata in laſtra ſottile, cioè di mezza linea di ſpeſſezza, che internamente applicavaſi alle aperture quadrate delle laſtre fiſſe.

Vene della luce circolare di diametro pollici tre.

	PIANO SUPERIORE	PIANO SECONDO	PIANO INFIMO
Poll.	4. 4. 0.	4. 3. 11. 3.	4. 4. 1.
quadr.	4. 4. 0.	4. 3. 11. 7.	4. 4. 1.

Vene del tubo cilindrico di diametro pollici tre,
lungo in tutto pollici otto.

Poll.	5. 11. 9. 9.	5. 11. 8. 2.	5. 11. 5. 10.
quadr.	5. 11. 4. 8.	5. 11. 10. 3.	5. 11. 3. 6.

Vene della luce quadrata di pollici due in laſtra ſottile.

Poll.	2. 4. 11. 3.	2. 4. 11. 4.	2. 4. 11. 7. 10.
quadr.	2. 4. 11. 9.	2. 5. 0. 0.	2. 5. 0. 0.
		2. 5. 0. 3.	2. 5. 1. 9.
		2. 5. 1. 4.	2. 5. 2. 0.

Vene del tubo quadro di due pollici, lungo in tutto pollici otto.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	3. 4. 3.	3. 4. 3.	3. 4. 2.
quadr.	3. 4. 3.	3. 4. 2.	3. 3. 8. 6.
	3. 5. 0. 4.	3. 4. 3. 4.	3. 3. 6. 1.
	3. 4. 2. 7.	3. 4. 4. 4.	
		3. 4. 1. 5.	

Vene della luce circolare di diametro pollici due in lastra sottile.

Poll.	1. 11. 3.	1. 10. 10. 5.	1. 10. 10. 3.
quadr.	1. 11. 3. 8.	1. 10. 10. 5.	1. 10. 10. 10.

Vene del tubo cilindrico col diametro di due pollici, lungo in tutto pollici otto.

Poll.	2. 7. 0. 8.	2. 7. 3. 4.	2. 7. 3. 4.
quadr.	2. 7. 0. 1.	2. 7. 2. 3.	2. 7. 2. 7.

Vene della luce quadrata di un pollice in lastra sottile.

Poll.	0. 7. 3. 7. 7.	0. 7. 3. 3.	0. 7. 3. 0. 8.
quadr.		0. 7. 3. 3.	0. 7. 2. 11. 9.
			0. 7. 3. 2. 8.

Vene del tubo quadro di un pollice, lungo in tutto pollici otto.

Poll.	0. 9. 7. 0.	0. 9. 8. 4.	0. 9. 9. 1.
quadr.	0. 9. 7. 10.	0. 9. 7. 8.	0. 9. 8. 5.
	0. 9. 7. 9. 4.	0. 9. 6. 9.	0. 9. 4. 6.10.

Vene della luce circolare col diametro di un pollice in laſtra ſottile.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll. quadr.	0. 5. 10. 1.	0. 5. 10. 3.	0. 5. 10. 5.

Vene del tubo cilindrico di un pollice, lungo in tutto pollici otto.

Poll.	0. 7. 5. 1. 10.	0. 7. 6. 4. 6.	0. 7. 6. 3. 6.
quadr.		0. 7. 6. 3. 6.	

LA proſſima uguaglianza delle vene dateci da una medeſima luce, poſta ſotto tre molto diverſe altezze, dove la differenza tra la minore, e la mezzana è non meno di piedi cinque, tra la mezzana, e la maggiore non meno di dieci, e tra la minore, e la maggiore non meno di quindici; prova ad evidenza, che le quaſi inſenſibili differenze tra eſſe non poſſono, nè debbono in verun modo attribuirſi alla diverſità delle preſſioni, o delle celerità dell' acqua uſcitane, ma bensì a tutt' altra cagione; la prima delle quali di buona voglia concediamo poter eſſere qualche noſtra inavvertenza nel rilevare coll' ultima ſquiſitezza le miſure, od i tempi. Un' altra è certamente il non poterſi sfuggire nelle calcolazioni le quantità radicali, ma doverci contentare di approſſimazioni; e la neceſſità di omettere talora certe minuzie, il tener conto delle quali per una parte poco giovarebbe ad una maggior eſattezza dei prodotti, e per altra preſſochè impraticabili renderebbe le calcolazioni medeſime. Finalmente in una moltitudine di operazioni di queſta natura non ſi dee ſperare, non che pretendere l' accuratezza geometrica.

Codeſta uguaglianza delle vene trovaſi ancora in tutte le Sperienze fatte con luci maggiori di queſte, quali non ab-

biamo quivi addotte, per togliere ogni sospetto, o dubbio, che recar potrebbe un'apparente, sebbene piccola loro disuguaglianza, la quale è un necessario effetto dell' imperfetta uguaglianza delle luci stesse, o della dissomigliante loro posizione, come chiaramente manifesterassi, dove tratteremo della proporzione tra l' area delle luci, e quella delle loro vene.

Stando pertanto, come sta in fatti, l' uguaglianza. delle vene nelle luci simili, uguali, e similmente applicate sotto diverse altezze di acqua, ne segue necessariamente, che le celerità della uscente sono nella ragione sudduplicata delle altezze: altro non essendo le vene uguali, se non quozienti uguali provenuti dallo dividersi diverse quantità di acqua uscita in tempi uguali da uguali aperture, per divisori, che sono come le radici quadrate dell' altezze dell' acqua sopra le aperture medesime. Quindi la varietà de' risultati nelle diverse Sperienze non può essere, che puro effetto della diversa modificazione delle resistenze, nata dalla diversa figura, e posizioni delle luci.

Nè deve fare difficoltà alcuna l' avere noi prese le altezze corrispondenti ai centri delle luci, e non ai centri veri delle velocità: potendosi ciò fare senza pericolo di sensibile errore in somiglianti casi, come si disse al num. 9.; nemmeno l' aver preso il parametro di piedi sessanta, e non di piedi sessanta, e pollici quattro, come vorrebbe la regola dell' Ugenio, del che ne abbiamo addotti i motivi al n. 8., mentre la dimostrazione sussisterebbe ugualmente, prendendosi per parametro qualunque altro numero; soltanto che si operi nella stessa maniera da noi tenuta in queste calcolazioni: poichè, dividendosi quantità disuguali d' acqua provenute in tempi uguali da luci uguali per divisori di tal sorta, sempre ne verranno quozienti, o dicansi vene uguali. Finalmente ancora con sperienze di tutt' altro genere confermerassi in progresso una verità già pressochè stabilita con buone ragioni dal Torricelli, Mariotte, Guglielmini, Newton, Bernulli, Poleni, e da altri rinomatissimi Scrittori, e con sperienze

ancora, quantunque poche di numero, e fatte in piccolo. Ma non ſono punto neceſſarie molte ſperienze concordi per dimoſtrare queſta propoſizione. Una anche ſola, ben fatta, baſta all' intento; anzi, avuto il riguardo alla contrazione della vena, le celerità dell' acqua uſcente ſono ſenſibilmente le medeſime, che de' gravi liberamente cadenti da pari altezze: imperciocchè i fluidi, in quanto gravi, ſoggiaciono alle leggi comuni a tutti i corpi, nè da ſolidi diſtinguonſi, che per quelle, che dipendono dalla ſola fluidità, le quali mai ſi oppongono, o alterano quelle, che proprie ſono della gravità. Perlochè, quando non ſi aveſſero altre teoríe, o dimoſtrazioni matematiche, queſta ſola baſtar dovrebbe a renderci ſicuri d' una verità comprovata da tante Sperienze.

64 Tra le più celebri dimoſtrazioni di queſta propoſizione, combattute dal dottiſſimo P. Lecchi nella ſua idroſtatica, ſtampata in Milano nell' anno 1765., quella del Varignon non abbiſogna, a parer mio, che della riſoluzione di un dubbio da eſſo Padre promoſſo.

Detta dimoſtrazione è fondata ſopra un principio di meccanica certiſſimo, e per tale generalmente ricevuto da quei Matematici, che lo prendono nel legittimo ſuo ſenſo, cioè gli effetti ſono proporzionali alle loro cauſe, e l'effetto adeguato di qualunque forza è la quantità di moto dalla medeſima forza prodotto in un dato tempo.

Poſto codeſto principio, dicaſi F una qualunque forza capace d' imprimere ad una maſſa M, una velocità V, con cui movendoſi percorrer poſſa uno ſpazio S in un dato tempo T.

Similmente dicaſi f un'altra qualunque forza capace d'imprimere ad un' altra maſſa m una velocità v, con cui movendoſi queſta percorrer poſſa uno ſpazio ſ in un dato tempo t.

Poichè $S = TV$, $ſ = tv$: ſaranno le quantità di moto nelle due maſſe, come MS, mſ, oppure come MVT, mvt; e ſe ponganſi uguali i tempi, cioè $T = t$, le quantità di moto ſaranno come MV, mv; quindi $F : f :: MV : mv$.

Ora la quantità del fluido, che esce, o passa per una apertura, o sezione in un dato tempo, dipende assolutamente dall' area dell'apertura, o sezione, e dalla velocità, con cui esce, o passa per la medesima; dimodochè, dicendosi O l' area dell' apertura, o della sezione, e V la celerità dell' uscita, o del passaggio, diverrà $M = OV$; per la medesima ragione dicendosi o l' area d' un' altra apertura, o sezione, e v la celerità dell' uscita, o del passaggio, sarà ancora $m = ov$; dove ponendosi $O = o$, avrassi $M : m :: OV : Ov$; e le quantità di moto MV, mv, diverranno OVV, Ovv. Dunque sarà $F : f :: OVV : Ovv$, cioè $F : f :: VV : vv$.

Ma se le altezze, dalle quali cadendo un grave acquistar può le celerità V, v dicansi A, a: sarà pure $A : a :: VV : vv$. Dunque $F : f :: A : a :: VV : vv$. Qui è troppo naturale il passaggio alla conclusione del Varignon: perchè le forze F, f; finalmente altro esser non possono, fuorchè le pressioni; e se le pressioni siero come le altezze $A : a$ del fluido, le celerità V, v saranno nella ragione dimezzata delle altezze A, a del fluido medesimo.

Il dubbio degli oppositori cade appunto sopra la conclusione $F : f :: A : a :: VV : vv$.

Dove si fa passaggio dalle pressioni del fluido quiescente alle pressioni del fluido in movimento senz' altro riguardo: mentre, quanto è certo, che le pressioni del fluido quiescente sono come le di lui altezze, non lo è, a parer loro, altrettanto delle pressioni del fluido in movimento. Promovesi codesto dubbio con quistioni quanto difficili, altrettanto inutili allo scioglimento, cioè con quistioni circa le leggi, con cui si muovono, e si accelerano le particelle del fluido; circa il tempo necessario al fluido per conseguire la sua massima celerità uniforme; circa le leggi, con cui le forze motrici eccitano al moto i corpi, ed allo istantaneo acceleramento dell' acqua uscente si oppone un principio di natura certissimo; ma, a parer mio, non convenientemente adattato, cioè che la natura non opera per salto; ma che successivamente passa per tutti i gradi intermedj di accelera-

mento, prima di giugnere al massimo competente all'altezza, o pressione dell'acqua sopra del foro.

Non intraprendo a dimostrare l'inutilità di somiglianti quistioni, essa apparirà abbastanza dalla risoluzione del dubbio, la quale da esse punto non dipende; e quindi rimarrà con tutta la sua certezza la conclusione del Varignon, e degli altri Scrittori, sebbene da essi trovata per altre vie meno semplici, e meno dirette. Solamente accennerò l'inconveniente adattamento del suddetto principio della natura al proposito del tempo necessario all'acquisto della massima celerità.

65 Poichè le pressioni de' fluidi quiescenti per comun consentimento sono come le loro altezze: ne segue, che così ancora sieno le pressioni d'un fluido, che uniformemente sgorga per l'apertura di un vaso, nel quale conservisi ad una altezza permanente, qualunque siasi la capacità del vaso, e l'ampiezza dell'apertura. Immaginiamoci due colonne di fluido di base, e d'altezza uguali, l'una quiescente, e l'altra in movimento tale, che in tempi uguali scarichi quantità uguali senz'alterazione di sua altezza. Dico, che la pressione, od il conato alla discesa in questa è affatto uguale alla pressione della colonna quiescente. Imperciocchè quanto alla quantità di materia le due colonne sono uguali per la supposizione, e la seconda differisce dalla prima solamente pel movimento delle sue particelle. Questo movimento di particelle, qualunque esso siasi non diminuisce, nè accresce la pressione della colonna: 1.° Non la diminuisce: perchè per diminuirla sarebbe necessario, o che le particelle componenti divenissero più leggiere, oppure tendessero ad un movimento contrario a quello della propria gravità, cioè tendessero a salire piuttosto che a discendere; ma l'una e l'altra di queste cose è apertamente falsa; dunque il movimento qualunque siasi delle particelle componenti la seconda colonna punto non ne diminuisce la pressione.

2.° Il movimento medesimo delle particelle neppure accresce la pressione della detta colonna: perchè qualunque ei siasi, sempre

ſempre può concepirſi riſoluto in due, l' uno orizzontale, e l' altro verticale. Ma il moto orizzontale, come conſta dalla Teoría de' corpi gettati, per ſe ſteſſo non ne altera la gravitazione, ſe non quando foſſe infinitamente grande. Dunque il moto orizzontale delle particelle del fluido non altera la loro gravitazione, o dicaſi la preſſione della colonna ſoprastante al foro. In oltre i moti orizzontali delle particelle eſſendo d' ogn' intorno alla colonna uguali, ed oppoſti, quando anche faceſſero una forza infinita, nulla ritarderebbero la diſceſa delle particelle frappoſte; e perciò accreſcer non poſſono, nè diminuire la preſſione della colonna ſopraſtante al foro.

Rimane a dimoſtrarſi, che nè anche il moto verticale delle particelle ne accreſca la preſſione; ma queſto provaſi con quella ragione ſteſſa del Gallileo contro il Sig. Rocco, riferita dal P. Lecchi nel ſecondo de' ſuoi eſami parte prima, ed è, che là ſolamente ſi eſercita la preſſione dai gravi, dove ſi reſiſte alla loro diſceſa; ma alle particelle dell' acqua già uſcente dal foro nulla reſiſte, ſe non ſe qualche pochiſſimo l' aria eſterna; dunque queſte non accreſcono la preſſione non facendone alcuna; e per la ſteſſa ragione le inferiori non reſiſtendo alla diſceſa delle ſuperiori per tutt' intera l'altezza della colonna, tutte le particelle, che diſcendono, non accreſcono la preſſione ſopra l' apertura, dove non evvi reſiſtenza alcuna, di maniera che, ſe i moti orizzontali continuamente non concorreſſero alla conſervazione della colonna, queſta tutt' ad un tratto, ſiccome un grave ſolido, piomberebbe fuori per l' apertura. Ma l' acqua, che ad ogn' iſtante n' eſce, è la ſomma dei moti verticali iſtantanei, la quale neceſſariamente è uguale alla ſomma dei moti iſtantanei orizzontali: altrimente la colonna non conſerverebbeſi alla medeſima altezza, come ſi ſuppone: dunque alla preſſione non eſercitata dalla ſomma dei moti verticali ſottentra inceſſantemente la preſſione d' una ugual ſomma dei moti orizzontali; ma i moti orizzontali non accreſcono, nè diminuiſcono la preſſione, come poc' anzi ſi è dimoſtrato. Dunque la

pressione della colonna del fluido in movimento è affatto uguale alla pressione della colonna del fluido quiescente. Dunque affatto certa, ed evidente si è la conclusione del Varignon, e degli altri, in cui dicesi, che le celerità dell'acqua uscente pel foro di un vaso, o di altra qualunque conserva sono nella ragione sudduplicata delle pressioni, o dicasi delle altezze dell'acqua sopra del foro.

66 Se cotanto importante non fosse questo punto, poteva io, siccome praticasi da altri in quistioni di simil sorta, tagliar più corto il ragionamento: dicendo, che, dove la potenza realmente esiste, nel momento stesso, che togliesi la resistenza alla sua azione, ne deve seguire l'effetto. E quì è, dove, a parer mio, non adattasi convenientemente contro l'istantaneo acceleramento dell'acqua uscente da' fori quel principio, che la natura non opera per salto, ma passa per tutt' i gradi intermedj di acceleramento successivamente prima di produrne il massimo. Perchè altro è l'operare della natura, quando deve, dirò così, preparare, o abilitare la materia all'effetto; ed altro è quello delle forze, o potenze di già esistenti in natura, e per se stesse sempre pronte ad agire, siccome è la gravità dell'acqua, e d'ogni sua particella per metterla in movimento, tosto che le si tolga l'impedimento; onde parmi, ch'essa non abbisogni di tempo finito per acquistar la celerità conveniente alla sua pressione; imperciocchè la gravità delle parti non si comunica con successività di tempo, o di moto dall'una all'altra, ma si trova tutta, e sempre inerente a ciascuna, e perciò tutta, e sempre inerente alla colonna intera; onde la colonna intera, ed ogni sua parte è in un continuo conato, o tendenza al moto per qualunque direzione, che le si offra; pel qual riguardo le leggi de' moti nei fluidi differiscono da quelle dei solidi, non potendo questi, nè le loro parti muoversi, che con una sola direzione datale dalla gravità nel loro centro riunita, sicchè tutte cominciar debbono dalla quiete il loro moto; e quindi passare successivamente per tutt' i gradi intermedj di acceleramento, convenienti alle varie discese. Ma

ne' fluidi ogni loro particella avendo di già in potenza la celerità conveniente alla sua pressione, non aspetta, per dir così, che il momento, in cui se le tolga l'ostacolo, per esercitarla: talmente che, tolto l'ostacolo, possa dirsi una continuazione piuttosto, che un principio di movimento.

In confermazione di ciò potrei addurre quantità di osservazioni, ma basti l'accennarne alcuna. 1.ª In tutt' i getti fatti dalle nostre luci, appena seguito l'aprimento, lanciavasi tutta la prima acqua alla conveniente sua distanza, senza caderne nell' intervallo di molti piedi, (essendo la Vasca lunga piedi 24.) porzione anche menoma, se non sono poche gocciole aderenti alle portelle delle luci, o dei tubi, o disperse dall' aria, quali gocciole non fanno parte alcuna della grossa vena, che ne sgorgava. 2.ª Un' altra pruova ne sono i subiti abbassamenti,. ed assai sensibili della superficie dell' acqua stagnante sopra l'interiore ritaglio della Torre: poichè al primo aprirsi d'alcuna delle luci maggiori, non ostante, ch' essa superficie sia ivi maggiore di piedi quadrati tredici, ed un mezzo, e comunichi immediatamente con quella dell' introduttore, che ne ha più di centoventi, e che in questo l'acqua avesse ordinariamente un'altezza di 18., 20., e più pollici, ed essa derivata pure immediatamente dal conduttore, che sempre ne soprabbondava; e per altra parte le maggiori nostre luci non avendo di superficie, che nove pollici quadrati, che della suddetta sono meno della 2144.ª parte; non ostante tutto questo, seguivano detti subiti abbassamenti, e richiedeasi qualche minuto primo, avanti che la superficie tornasse a rendersi stagnante, e ad un'altezza sempre alquanto minore della prima, escluso però ogni accidente. Il che parmi provare a sufficienza, che nel momento stesso, che l'acqua sgorga dal foro, ha tutta quella celerità, che alla sua pressione compete, senz' abbisognare di tempo per acquistarla. 3.ª Potrebbesi questo stesso provare ancora con questa induzione: concordemente asseriscono i Fisici, e gli Artiglieri, che la comunicazione del fuoco nella polvere da cannone non è istantanea, ma si fa con successività di tempetti

menomissimi; la somma de' quali però nell' arme da fuoco non si è finora potuta determinare a cagione della sua brevità, che sfugge ogn' attenzione, e si sottrae all' osservazione, e ad ogni calcolo comunque fondato in ipotesi molto verisimili. Ciò essendo così, dove siamo certi non potersi comunicare il movimento, se non in un tempo finito sì, ma pure inosservabile, come potrassi dubitare, che nel primo istante, che sgorga l' acqua dal foro, non abbia tutta quella celerità, che conviene alla sua pressione, dove siamo certi, che la causa del moto, cioè la gravità delle parti non si comunica con successività di tempetti, ma tutta, e sempre conservasi in ciascheduna parte, e quindi in tutta la colonna da tali parti composta? Incongrua, ed assurda sarebbe quella proposizione, che concedendo l' esistenza della gravità, ne negasse poi, quantunque per brevissimo tempo, la gravitazione, o dicasi la pressione, e quindi la celerità competente, che n' è l' inseparabile effetto. Tutto ciò sia detto a favore della Teorica: perchè quanto alla pratica, essendo per consentimento di coloro eziandio, che altrimente la pensano, inosservabile il tempo necessario all' acquisto della conveniente celerità nell' acqua uscente da' fori, di niun uso diviene la considerazione di un tempo d'inosservabile durazione.

Porrò fine a questo Capo colle lodi dovute all' incomparabile Filosofo Inglese, il quale, senza rompere in questo scoglio, con una teoría alla natutale equivalente giunse dirittamente a dimostrarci questa medesima verità, additandoci nello stesso tempo la norma per cotesta sorta di Sperienze, che da noi fedelmente praticata ne condusse a scoprirne altre non meno utili alla teorica, che alla pratica, come vedrassi a suo luogo.

CAP. VI.

Delle proporzioni tra le Aree delle luci, e quelle delle loro vene sommamente contratte.

67 A Fine di procedere con ordine insieme, e con sicurezza nella ricerca delle proporzioni tra le aree delle luci, e quelle delle loro vene sommamente diminuite, al sopra stabilito principio delle celerità conviene congiugnerne un altro non meno certo per evidente discorso, che per le sperienze, qual è, che allora segue il massimo effetto, cioè nel nostro soggetto, la massima dispensa, che per una data apertura fare si possa dalla sola naturale pressione di un fluido omogeneo, quando questo nella sua uscita riempie interamente l' apertura, e n' esce con tutta quella celerità, che compete alla sua altezza sopra l'apertura medesima. Perchè, supponendosi rimosso ogni ostacolo, all' intera azione della causa, ch' è la pressione, corrisponder deve l' intero effetto, cioè la massima conveniente celerità; e quindi la massima dispensa del fluido.

Codesto effetto intero nelle sperienze fin'a quest'ora giunte a mia notizia, non si è per anco conseguito a cagione delle varie resistenze, che soffre il fluido nell' uscita; ma se queste vadano diminuendosi, anderà crescendo l'effetto di maniera, che venendo quelle totalmente tolte, questo diventerà il massimo; e dopo ciò non v' ha più arte, nè modo di maggiormente accrescerlo, se non coll' accrescerne la causa, cioè la pressione, coll' aggiunta di altro fluido, o con altra equivalente maniera.

Dalla diversa modificazione delle resistenze nasce la disparità delle comunque esattissime Sperienze del Mariotte, Guglielmini, Poleni, e degli altri celebri Sperimentatori: avendo essi alle aperture fatte talora in diversa guisa adattati ancora canelli di varia lunghezza, i quali non poco variar possono le dispense. Le resistenze ordinarie, che prova il fluido uscente dalle aperture, omesse quelle, che ne' varj casi,

e circostanze, moltiplicare si possono senza fine, sono tre: cioè i soffregamenti contro agli orli, o margini delle luci, o contro le pareti de' canelli; la resistenza dell' aria esterna; e principalmente i moti laterali del fluido medesimo, quando le di lui parti mosse con direzioni obblique portansi ad urtare quelle, che muovonsi con la direzione principale, qual è la perpendicolare al piano dell' apertura. La resistenza cagionata da' soffregamenti contro gli orli delle luci, o contro le pareti de' canelli non troppo lunghi, ma ben liscie, e pulite non è di notabile nocumento; anzi una certa lunghezza de' canelli è di notabile giovamento alla dispensa. La resistenza dell' aria esterna è pur anche di poco momento, come lo dimostra il Mariotte: essendo che la somma rarezza, e divisibilità dell' aria facilmente cede all' empito dell' acqua molto più densa, e di parti fra di loro più tenacemente unite, onde la massima tra queste sia quella dei moti laterali, ed obbliqui al principale, già scoperta dal Newton, e poscia resa visibile in un tubo di vetro dal Sig. Daniello Bernulli, e che rendesi famigliare collo spargere di corpicciuoli soprannatanti la superficie d' un' acqua tendente ad uscire per un' angusta apertura. Codesti moti obbliqui non solamente per se stessi, e come tali turbano i diretti; ma ancora perchè le particelle, o filamenta dell' acqua non essendo punti, nè linee geometriche, ma fisiche, nè perfettamente fluide, e senza veruna tenacità fra di loro, nelle svolte angolari, massimamente rettilinee, quali sono gli spigoli interni delle luci, non possono tutt' ad un tratto piegarsi in angolo, e combagiare i margini, o le pareti delle aperture; ma urtando, o strisciando contro essi spigoli, continuano il loro moto per qualchè piccolo spazio con una direzione composta dall' obbliqua loro propria, e dalla principale, che incontrano; ed ivi appunto comincia la contrazione della vena, ed a pochissima distanza fuori della luce ne segue la massima: perchè il fluido fuori dell' apertura più non soggiacendo agli urti laterali obbliqui, prevale col suo moto diretto. Codesto effetto osservasi ancora ne' fiumi, dove urtando le acque nelle

punte degli speroni, che sogliono farsi a difesa de' pilastri, che portano qualche ponte, od altro edifizio. E per questa ragione il poco più, o poco meno di spessezza nelle lastre, in cui sono intagliate le luci di larghezza, ed altezza molto maggiore della spessezza della lastra, nulla contribuisce alla maggiore, o minore dispensa, bensì molto contribuir vi possono le irregolarità degli spigoli interiori, l'imperfetta loro quadratura, e pulitura coll' alterare le direzioni, e quindi il movimento delle particelle, che in esse s' imbattono, o che per esse si strisciano. Premesse queste cose, passiamo ad investigare qual proporzione corra tra le aree delle luci, e quelle delle loro vene sommamente contratte, cominciando dalle ritrovate col calcolo delle sperienze fatte con le luci quadrate di tre pollici di lato aperte nelle lastre fisse.

Vene delle luci quadrate di tre pollici di lato.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	5. 7. 0.	5. 6. 2.	5. 6. 4.
quadr.	5. 7. 0.	5. 6. 1.	5. 6. 5.
	5. 7. 0. 7.	5. 6. 4.	5. 6. 4. 11.
	5. 7. 2. 11.	5. 6. 11.	5. 6. 4. 7.
		5. 6. 4. 1.	5. 6. 6. 7.
		5. 6. 2. 5.	

68 Nella revisione delle luci mentovata al numero 10., fatta ai sedici d' Ottobre del 1764., e replicata nel Maggio del 1765. si trovò, che quella del piano superiore in vece d'avere giustamente pollici quadrati nove di superficie, ne aveva pollici quadrati 9. 1. 2. 6. circa; quella del secondo piano ne avea 9. 0. 1. 6.; quella del piano infimo pollici quadrati 9. 0. 3. 2., quindi correggendo le vene ritrovate col calcolo proporzionalmente alla maggiore ampiezza delle rispettive luci; trovasi la vena media tra pollici quadrati 5. 6. 3., e 5. 6. 4., cioè in numeri interi, come 1296. al 795., oppure al 796., ed

in numeri minori, come 432. al 265., oppure come 324. al 199., alle quali con pochissimo divario uguagliasi quella del 18. all' 11. onde, avendosi solamente riguardo alla grandezza delle luci, tale essere dovrebbe la ragione, (pel numero 62.) tra l'area di qualunque altra luce simile, e similmente applicata all' area della sua vena sommamente contratta. Perciò la vena d' una luce quadrata di due pollici di lato dovrebbe essere di pollici quadrati 2. 5. 5. 4., e quella d' una luce di un solo pollice essere dovrebbe di pollici quadrati 0. 7. 4. 4., e certamente pollici quadrati 2. 5. 5. 4. sarà un limite da non oltrepassarsi dalle vene delle luci quadrate di due pollici di lato, e pollici quadrati 0. 7. 4. 4. sarà un limite per le vene delle luci quadrate di un solo pollice.

Vene delle luci quadrate di due pollici di lato, in lastra mobile esternamente applicata alla fissa.

	PIANO SUPERIORE	PIANO SECONDO	PIANO INFIMO
Poll.	2. 7. 8.	2. 7. 0.	2. 6. 11.
quadr.	2. 7. 6.	2. 7. 0.	2. 6. 10.
		2. 6. 9.	2. 6. 9.
		2. 6. 8.	

Con lastra del piano superiore.

	2. 7. 3. 5.	2. 7. 5.	2. 7. 0. 6.
		2. 7. 4. 9.	

69 Nella revisione si trovò l'area della luce del piano superiore di pollici quadrati 4. 0. 5. 9. circa, in luogo di soli pollici quattro; quella del secondo piano di pollici quadrati 4. 0. 0. 8., e quella del piano infimo di pollici 4. 0. 3. 6. 8. Ma non ostante che le ritrovate vene si correggano proporzionalmente alla maggior ampiezza delle rispettive luci, trovansi tuttavia

tuttavia notabilmente maggiori del limite ſopra ritrovato di pollici quadrati 2. 5. 5. 4., il che ripugna non meno alla ragione, che a molte altre ſperienze, non potendo in parità di circoſtanze luci minori dar vene, o diſpenſe proporzionalmente maggiori. Quanto faſtidio ne abbia cagionato codeſto divario, ognuno può immaginarſelo: non potendo noi perſuaderci di avere in tante, ed a bella poſta replicate Sperienze ſempre ecceduto. Finalmente i Signori Architetti Giulio, e Pagani caddero in ſoſpetto, poter eſſo divario procedere dal riſalto di quattro linee della laſtra fiſſa ſopra la mobile eſteriormente applicatavi, in cui trovaſi la luce quadrata di due pollici, abbenchè collocata nell' aſſe medeſimo della luce di tre pollici di lato, aperta nella laſtra fiſſa. Forma detto riſalto una ſpecie d' imbuto attorno le luci quadrate eſteriori, ed eſſendo già ſtato oſſervato il conſiderabile aumento di vena, prodotto dagl' imbuti cicloidali interiormente adattati alle luci quadrate di tre pollici, nè ſcoprendoſi altra diſparità di circoſtanze; parve ragionevole il ſoſpetto, e ſi pensò toſto al modo di certificarſene, e di trovar la maniera di determinarne l'effetto col calcolo. Perciò conſiderandoſi in primo luogo, che la luce del piano mezzano è la più proſſima alla giuſta miſura di quattro pollici quadrati, ſi preſe la media tra le vene da eſſa date, che è di pollici quadrati 2. 6. 10. 3., da cui ſottraendo il limite 2. 5. 5. 4., trovaſi la differenza 0. 1. 4. 11., la quale deve eſſere proſſimamente l'effetto ricercato. Ma cotal effetto deve poterſi trovare indipendentemente dalle Sperienze con un metodo, di cui poſſiamo valerci in altri ſomiglianti caſi. Dopo aſſai ricerche, e rifleſſioni ci appigliammo al ſeguente, il quale, quantunque non rigoroſamente geometrico, è però ſufficiente al biſogno, e di non difficile uſo.

70 Avendoſi oſſervato, che gl' imbuti cicloidali applicati interiormente alle luci quadrate di tre pollici ne accreſcevano la vena di pollici quadrati 2. 10. in circa, cioè di linee ſuperficiali 34., che dell' area intera della luce di pollici

M

quadrati nove, ne ſono li $\frac{17}{54}$, e per altra parte luci ſimili, e ſimilmente applicate dovendo dare pel n. 61. vene proporzionali. Dunque, ſe codeſte luci quadrate di due pollici foſſero anch'eſſe fornite di un ſimile imbuto cicloidale, l'aumento proporzionale della vena ſarebbe di pollici quadrati 1. 3. 1. 4.; ma nel noſtro caſo l' imbuto non è cicloidale, nè intero, nè immediatamente adattato alla luce, ma rettilineo, colla lunghezza di ſole quattro linee, e diſtante per linee ſei dalla luce medeſima; per quali riguardi deveſi diminuire l' intero effetto di pollici quadrati 1. 3. 1. 4. Ora un ſimile imbuto cicloidale aver dovrebbe per generatore un circolo col diametro di linee dodici, la di cui ſemiperiferia, cioè la baſe retta della cicloide, ſarebbe di circa linee 19.; ma il riſalto, preſcindendo ancora dal non eſſere cicloidale, non è che di linee quattro; dunque per queſto riguardo l' effetto non dovrà eſſere, che li $\frac{4}{19}$ dell' intero di pollici quadrati 1. 3. 1. 4.; e perciò di pollici quadrati 0. 3. 2. 2. 1. Codeſto effetto deveſi ancora diminuire nella ragione dell' area della luce, che è di pollici quadrati quattro, all' area dell' imbuto, che è di pollici quadrati nove, onde debbanſi prendere ſolamente li $\frac{4}{9}$ di 0. 3. 2. 2. 1., quali ſono 0. 1. 4. 11. 7., e tanto ſarà l'aumento della vena prodotto dal riſalto di quattro linee, e diſtante per linee ſei dalla luce, il quale ſottratto dalla vena media di pollici quadrati 2. 6. 10. 3. ne dà il reſiduo di pollici quadrati 2. 5. 5. 3. 5., inſenſibilmente minore del limite 2. 5. 5. 4.

Per vieppiù aſſicurarci di queſto punto, nell' anno ſeguente 1765. ſonoſi fatte altre ſperienze con una medeſima luce quadrata di due pollici, intagliata in laſtra ſpeſſa ſolamente per una mezza linea, la quale adattavaſi interiormente alle fiſſe, di modo che immediatamente riceveſſe l'acqua, ſiccome le luci quadrate di tre pollici aperte nelle laltre fiſſe, e ſi ſono trovate le ſeguenti.

Vene della luce quadrata di due pollici in laſtra ſottile, interiormente applicata alle ſiſſe.

	PIANO SUPERIORE	PIANO SECONDO	PIANO INFIMO
Poll.	2. 4. 11. 3.	2. 4. 11. 4.	2. 4. 11. 7. 10.
quadr.	2. 4. 11. 9.	2. 5. 0. 0.	2. 5. 0. 0.
		2. 5. 0. 3.	2. 5. 1. 9.
		2. 5. 1. 4.	2. 5. 2. 0.

71 Queſte eſſendo proſſimamente fra loro uguali, ſono però tutte alquanto minori della ſuperiormente ritrovata di pollici quadrati 2. 5. 5. 3. 5., ed ancora del limite 2. 5. 5. 4. Quale difetto può eſſere cagionato dal perimetro della ſteſſa luce relativamente maggiore, che in quella di tre pollici, ma più veriſimilmente da una inoſſervabile ſcarſezza della ſteſſa luce: eſſendo coſa troppo difficile l' ottenere dagli Artefici l'ultima eſattezza, quando le differenze dal giuſto sfuggono l' acutezza ordinaria dell' occhio; ma intanto queſte Sperienze ci aſſicurano, che l'ecceſſo di vena ritrovato nelle luci quadrate di due pollici intagliate nelle laſtre mobili, ed eſteriormente applicate alle fiſſe, è veramente l' effetto della ſpecie d' imbuto, formato dal riſalto di ſpeſſezza delle laſtre fiſſe attorno ad eſſe luci, e che il difetto dal ſuddetto limite non è, che circa $\frac{1}{106}$ del medeſimo.

Vene delle luci quadrate di un pollice in laſtra mobile, eſteriormente applicata alla ſiſſa.

Poll.	0. 7. 6. 8.	0. 7. 4. 2.	0. 7. 6. 3.
quadr.			0. 7. 6. 6.

72 Le luci di queſte tre laſtre trovaronſi tutte alquanto maggiori del giuſto; ma quello, che ne rende incerta la correzione, ſono le irregolarità oſſervate colla lente nei loro ſpigoli, e particolarmente negli angoli. Onde per determinarne

con maggior ſicurezza la vena, ſoggiugniamo le vene dateci da una medeſima luce quadrata di un pollice, aperta in laſtra ſottile, che interiormente ſi applicava alla fiſſa di ogni piano.

Vene della luce quadrata di un pollice in laſtra ſottile.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll. quadr.	0. 7. 3. 7. 7.	0. 7. 3. 3.	0. 7. 3. 0. 8.
		0. 7. 3. 3.	0. 7. 2. 11. 9.
			0. 7. 3. 2. 8.

Codeſte vene non eccedendo il limite 0. 7. 4. 4., ma ad eſſo avvicinandoſi aſſai, dunque l' eccesſo delle precedenti ſarà l'effetto e della maggior grandezza delle luci, e del riſalto delle laſtre fiſſe ſopra le mobili, il quale ivi ancora ha luogo. L' effetto cagionato dal riſalto ſi trova nella ſteſſa maniera, che al num. 70.; cioè, ſe anche queſte luci foſſero munite d' un imbuto cicloidale ſimile, e ſimilmente applicato come nelle luci quadrate di tre pollici, ne darebbero un effetto proporzionale, cioè equivalente alli $\frac{17}{14}$ dell'area intera della luce di un pollice, che ſono pollici quadrati 0, 3. 9. 4., ma un ſimile imbuto avrebbe per generatore un circolo del diametro di linee ſei, e della ſemiperifería di linee 9. $\frac{1}{2}$ circa, e tanta ſarebbe la baſe retta della cicloide; ma il riſalto non è, che di linee quattro, che delle 9. $\frac{1}{2}$ ne ſono li $\frac{8}{19}$; e perciò dovrannoſi pigliare li $\frac{8}{19}$ dei pollici quadrati 0. 3. 9. 4., che ſono 0. 1. 7. In oltre quivi l'area della luce a quella dell' imbuto ſta, come 1. a 9.; dunque dovraſſi prendere la nona parte di 0. 1. 7., che è pollici quadrati 0. 0. 2. 1. 4., e tanto ſarà l' aumento di vena prodotto ivi dal riſalto della laſtra fiſſa ſopra la mobile. Ora, ſe queſto ſottraggaſi dalla vena media tra le ritrovate nel piano ſuperiore, e nell' infimo, cioè da 0. 7. 6. 5. 8., ne rimane 0. 7. 4. 4. 4. alquanto maggior del limite, il

che ne mostra l' eccesso di grandezza nella luce, e se l' aumento medesimo o. o. 2. 1. 4. si aggiunga alla vena media tra le date dalla lastra sottile, cioè si aggiunga a o. 7. 3. 3., ne dà o. 7. 5. 4. 4. minore di o. 7. 6. 5. 8., il che ne mostra l' effetto del risalto. Ma codeste differenze sono troppo piccole, ed i dati non troppo esatti, quindi altro di sicuro inferir non si può, se non che la vena della luce quadrata di un pollice è assai prossima al limite medesimo o. 7. 4. 4. non differendone, che circa $\frac{1}{81}$.

Vene della luce circolare col diametro di tre pollici in lastra sottile, interiormente applicata alla fissa di ciascuno dei tre piani.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	4. 4. o.	4. 3. 11. 3.	4. 4. 1.
quadr.	4. 4. o.	4. 3. 11. 7.	4. 4. 1.

73 Nella revisione il diametro di questa luce ne parve alquanto maggiore del giusto; onde la sua area sarebbe di $\frac{1}{314}$ maggiore; la correzione però sarà più sicura facendosi, come quadrato 14. al circolo iscritto 11., così vena quadrata 5. 6. 3. a vena circolare, che trovasi di pollici quadrati 4. 4. o. 7. $\frac{1}{7}$, che è appunto una media tra le date dalle Sperienze.

Vene della luce circolare col diametro di due pollici in lastra sottile, interiormente applicata alla fissa di ciascuno dei tre piani.

Poll.	1. 11. 3.	1. 10. 10. 5.	1. 10. 10. 3.
quadr.	1. 11. 3. 8.	1. 10. 10. 5.	1. 10. 10. 10.

74 Anche il diametro di questa luce ne parve alquanto eccedente, dimodochè la sua area sarebbe di $\frac{1}{144}$ maggiore della

giuſta; ma la correzione della vena faraſſi come nella precedente: facendoſi come quadrato 14. al circolo iſcritto 11., così vena quadrata 2. 5. 5. 4. à vena circolare, che trovaſi di pollici quadrati 1. 11. 1. 7., la quale è pur anche una media tra le date dalle Sperienze.

Vene della luce circolare col diametro di un pollice in laſtra ſottile, ed applicata come le precedenti.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll. quadr.	o 5. 10. 1.	o. 5. 10. 3.	o. 5. 10. 5.

75 Il diametro di queſta luce ne parve giuſto, ma il calcolo lo dimoſtra alquanto eccedente: perchè facendoſi come 14. all' 11., così vena quadrata o. 7. 4. 4. a vena circolare, queſta trovaſi di pollici quadrati o. 5. 9. 4. $\frac{4}{7}$ alquanto minore della ſteſſa minima o. 5. 10. 1.

76 Se in vece delle vene quadrate 2. 5. 5. 4., e o. 7. 4. 4. ci foſſimo valſi di alcuna media fra le circolari date dalle Sperienze, non avreſſimo così da vicino incontrate le altre vene circolari. Per eſempio prendendoſi la vena media o. 5. 10. 3. tra le circolari date dalla luce di un pollice di diametro, ſe queſta ſi multiplichi per quattro, trovaſi la vena circolare della luce di due pollici di diametro eſſere 1. 11. 5. o., e la ſteſſa o. 5. 10. 3. multiplicata per nove ne darebbe per la luce circolare di tre pollici la vena di 4. 4. 8. 3., ambe maggiori delle date dalle Sperienze. Per l'oppoſto prendendoſi per vena media della luce quadrata di un pollice quella di pollici quadrati o. 7. 3. 4., queſta multiplicata per quattro ne darebbe la vena per la luce quadrata di due pollici 2. 5. 1. 4., e la medeſima multiplicata per nove ne darebbe pollici quadrati 5. 5. 6. per la vena della luce quadrata di tre pollici, notabilmente minore della vena 5. 6. 3., o della 5. 6. 4., onde ſi conoſce

eſſer vero ciò, che diſſimo poco ſopra delle luci quadrate in laſtra ſottile, cioè eſſere le medeſime alquanto ſcarſe, ſebbene all' occhio tali non appariſcano. Quindi le ritrovate piccoliſſime differenze tra le vene delle Sperienze, e le proporzionali alle luci non ſono un argomento baſtante per allontanarci dalla ſopra ſtabilita proporzione tra le aree delle luci, e quelle delle loro vene, quale proporzione ſuſſiſte ancora nelle luci circolari, ed in altre di queſte molto maggiori, come vedraſſi altrove.

77 Ritenuta pertanto la proporzione del 432. al 265., o pure del 324. al 199., ed eziandio quella del 18. all' 11. Eſaminiamo come queſte ſi accordino con quelle del Newton, che fa il diametro della luce a quello della vena, come 25. al 21.; e con quella del Bernulli, e del Poleni, che fanno eſſi diametri, come 52. al 41. Ai noſtri numeri 324., e 199. aggiunganſi quattro zeri, a fine di eſtrarne le radici quadrate baſtevolmente proſſime 1800., e 1410., che ſono fra loro come 60. al 47., e facciaſi come 60. al 47., così 52. ad un quarto, che trovaſi eſſere 40. $\frac{11}{15}$ aſſai proſſimo al 41. datoci anche ſolamente per proſſimo dai ſopralodati Scrittori Bernulli, e Poleni. Onde appariſce con quanta diligenza ſiano da eſſi ſtate fatte le loro Sperienze, quantunque aſſai più in piccolo, che le noſtre, e tutt' inſieme appariſce, che la ſuddetta proporzione ſuſſiſte ugualmente nelle luci piccole, che nelle grandi.

78 Paragoniamo ancora i diametri delle vene trovati col calcolo coi diametri attualmente miſurati nelle vene circolari, poichè nelle quadrate ciò non potè farſi con qualche ſicurezza, per le ragioni altrove allegate.

Per la luce di tre pollici di diametro, facendoſi come il 60. al 47., così linee 36. ad un quarto trovanſi linee 28. $\frac{1}{5}$, e 'l diametro attualmente miſurato ſi trovò di circa linee 29. (nota della Sper. 46.). Per la luce di due pollici di diametro, facendoſi come 60. al 47., così linee 24. ad un quarto, trovanſi linee 18. $\frac{4}{5}$, e 'l diametro attualmente miſurato ſi trovò di linee circa 19. (nota della Sper. 104.).

Per la luce di un pollice di diametro: facendosi come 60. al 47., così linee 12. ad un quarto, trovansi linee $9.\frac{2}{5}$, e 'l diametro attualmente misurato si trovò di linee circa $9.\frac{1}{2}$ (nota della Sper. 130.).

La distanza della vena sommamente contratta nella luce di tre pollici si trovò di circa linee 15. dallo spigolo interiore; nella luce di due pollici si trovò di linee circa 10.; ed in quella di un pollice alla distanza di linee circa $5.\frac{1}{2}$. Quali distanze sono quasi uguali ai semidiametri delle medesime vene trovate col calcolo. Ciò posto non è meraviglia, che il Newton trovasse il diametro della vena maggiore del nostro, avendolo esso misurato alla distanza di un intero diametro della luce: perchè passato il termine della massima contrazione torna subito ad ingrossarsi la vena.

[79] Dalla prossima uguaglianza tra le vene trovate col calcolo, e le attualmente misurate si può tutt' insieme inferire quello, che già sparsamente abbiamo altrove notato, cioè 1.° Che il metodo da noi praticato nel calcolare queste Sperienze, prendendo il parametro di piedi 60., è sufficientemente esatto per la pratica. 2.° Così ancora la stabilita proporzione tra le aree delle semplici luci simili, e similmente applicate, e quelle delle loro vene sommamente contratte. 3.° Che la minor, o maggiore spessezza delle lastre, in cui sono intagliate le luci, nulla contribuisce alla maggiore, o minore loro dispensa, quando i loro lati, o diametri sono molto maggiori della spessezza delle lastre; bensì molto importa, ch' esse luci sieno ben intagliate, e pulite, e principalmente i loro spigoli interiori, che i primi ricevono l' acqua tendente ad uscire, e che sono quasi il centro delle resistenze, mentre il rimanente loro interiore non viene neppure toccato dall' acqua uscente.

Vene

Vene del tubo quadro di tre pollici, lungo pollici otto, comprese le quattro linee di spessezza della lastra, a cui viene affisso.

	PIANO SUPERIORE	PIANO SECONDO	PIANO INFIMO
Poll.	7. 3. 11. 3.	7. 2. 6.	7. 3. 10. 10.
quadr.	7. 4. 0. 5.	7. 2. 9. 6.	7. 3. 9.

80 Questo tubo ha l' orifizio esteriore alquanto maggiore, il che nulla importa; bensì l' orifizio suo interiore, dove è unito alla lastra, essendo alquanto minore del giusto, ne diminuisce qualche poco la dispensa. Prendendosi per media tra le vene del piano superiore, e dell' inferiore quella di pollici quadrati 7. 4. 0., ed in supplemento della diminuzione cagionata dalla scarsezza dell' orifizio interiore, computandosi di pollici quadrati 7. 4. 4., e facendosi come l' area intera di pollici quadrati 9. all' area della vena di pollici quadrati 7. 4. 4., così 324. ad un altro, troverassi 265.

Vene del tubo quadro di due pollici, lungo anch' esso pollici otto, compresa la spessezza della lastra, a cui viene affisso.

Poll.	3. 4. 3.	3. 4. 3.	3. 4. 2.
quadr.	3. 4. 3.	3. 4. 2.	3. 3. 8. 6.
	3. 5. 0. 4.	3. 4. 3. 4.	3. 3. 6. 1.
	3. 4. 2. 7.	3. 4. 4. 4.	
		3. 4. 1. 5.	

81 Questo tubo essendosi trovato di giusta apertura di due pollici, può prendersi per sua vena media quella di pollici quadrati 3. 4. 3.; ella però è maggiore della vera, e competente, perchè torna ivi in campo la spezie d' imbuto fatto dal risalto di spessezza della lastra fissa sopra la mobile esteriore, a cui sta affisso il tubo. Per correggerla osserveremo, che l' aumento da esso imbuto prodotto nella vena quadrata

della semplice lastra, si trovò di pollici quadrati o. 1. 5., che della giusta vena 2. 5. 5. 4., ne è prossimamente la ventesima parte. Quindi dalla vena media del tubo 3. 4. 3. dovrà levarsene la ventunesima parte, che è di pollici quadrati o. 1. 11., onde rimanga la giusta vena di pollici quadrati 3. 2. 4., e perciò facendosi come l'area intera di pollici quadrati 4., alla vena di pollici quadrati 3. 2. 4., così parti 324. ad un quarto trovansi parti 258. 9.

Vene del tubo quadro di un pollice, lungo pollici otto, compresa come sopra la spessezza della lastra, a cui sta affisso.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	o. 9. 7. o.	o. 9. 8. 4.	o. 9. 9. 1.
quadr.	o. 9. 7. o.	o. 9. 8. 7. 8.	o. 9. 8. 5.
	o. 9. 7. 9. 4.	o. 9. 6. 9. 7.	o. 9. 4. 6. 10.

82 Ambidue gli orifizj di questo tubo sono maggiori di un pollice, il minor di essi è l'esteriore, la di cui area eccede per circa tre punti superficiali la giusta area di un pollice quadrato. Cotal eccesso essendone la quarantottesima parte dovrassi levare la quarantesimanona parte dalla vena media fra le date dalle Sperienze, che può prendersi di pollici quadrati o. 9. 7. 6. 2., la di cui quarantesimanona è di pollici quadrati o. o. 2. 4. 3., onde rimanga di pollici quadrati o. 9. 5. 1. 11.; ma questa è ancora alquanto maggiore della giusta, a cagione del risalto di quattro linee della lastra fissa sopra l'esterna mobile, a cui è unito il tubo; ed il medesimo risalto produsse nella semplice luce quadrata un aumento di pollici quadrati o. o. 2. 1. 4., che della semplice vena o. 7. 4. 4. ne è la quarantesimaseconda parte in circa. Dunque d'altrettanta parte dovrà diminuirsi la vena o. 9. 5. 1. 11., cioè di pollici quadrati o. o. 2. 8. 3., onde rimanga di pollici quadrati o. 9. 2. 5. 8., o anche

o. 9. 2. 6., e facendosi come area quadrata di pollici 1. ad area di pollici quadrati o. 9. 2. 6.; così parti 324. ad un quarto trovansi parti 148. 7.

Sono adunque le vene di codesti tre tubi fra di loro prossimamente, come i numeri 265., 258. 9., e 248. 7.

Vene del tubo cilindrico di tre pollici, lungo pollici otto, compresa come negli altri la spessezza di linee 4. *della lastra, a cui viene affisso.*

	Piano superiore		Piano secondo		Piano infimo	
Poll.	5. 11.	9. 9.	5. 11.	8. 9.	5. 11.	5. 10.
quadr.	5. 11.	4. 8.	5. 11.	10. 3.	5. 11.	3. 6.

83 Questo tubo essendo di giusta misura, perciò la sua vena media sarà di pollici quadrati 5. 11. 7. 6. Essa però deve diminuirsi a cagione del risalto della lastra fissa sopra l'esterna mobile, che ivi forma una spezie d' imbuto quadrato, circoscritto ad una luce circolare. L'eccesso prodotto da esso imbuto trovasi facendo come quadrato 14. al circolo iscritto 11., così la vena del tubo quadro ugualmente lungo di pollici quadrati 7. 4. 4., alla vena del cilindrico, che si troverà di pollici quadrati 5. 9. 5. poco meno; questa sottratta dalla media tra le date dalle Sperienze 5. 11. 7. 6., ne dà l' eccesso ricercato di pollici quadrati o. 2. 2. 6., e dicendosi l' area circolare della luce intera di parti 324., quella della vena del tubo cilindrico sarà pur anche di parti 265.

Vene del tubo cilindrico di due pollici, lungo come gli altri pollici otto, comprese linee 4. di spessezza della lastra mobile, a cui viene affisso.

	PIANO SUPERIORE	PIANO SECONDO	PIANO INFIMO
Poll.	2. 7. 0. 8.	2. 7. 3. 4.	2. 7. 3. 4.
quadr.	2. 7. 0. 1.	2. 7. 2. 3.	2. 7. 2. 7.

84 Anche questo tubo ne parve esatto, ed uniforme, quindi potrassi prendere la vena media di pollici quadrati 2. 7. 2. 10., oppure di 2. 7. 3.. ma questa eccede la giusta per cagione dell' imbuto formato dal risalto della lastra fissa sopra l'esterna mobile, a cui è unito il tubo. Esso imbuto è sempre della grandezza di 9. pollici quadrati, ma ivi la luce circolare ha due soli pollici di diametro, ed il suo effetto troverassi pigliando li $\frac{4}{9}$ dell' effetto intero nella luce circolare col diametro di tre pollici, cioè di pollici quadrati 2. 2. 8. 7., che sono pollici quadrati 0. 11. 10. 5. 8., e di questo li $\frac{2}{11}$, che sono 0. 2. 5. 11. Dopo ciò facciasi come quadrato 9. al circolo col diametro di due pollici, cioè come 63. al 22., così pollici quadrati 0. 2. 5. 11. ad un quarto, e si avranno pollici quadrati 0. 0. 10. 6., che della vena semplice circolare 1. 11. 1. 6. ne sono prossimamente la vigesimasesta parte. Dunque la vena media tra le date dalle Sperienze 2. 7. 3. dovrà diminuirsi della sua ventesimasettima parte, cioè di 0. 1. 1. 10. 8., oppure di 0. 1. 2., onde rimanga la vena corretta di pollici quadrati 2. 6. 1., e se l' area circolare della luce di pollici quadrati 3. 1. 8. 7. si ponga di parti uguali 324., l' area della vena cilindrica col diametro di due pollici sarà di parti 258. 5.

Vene del tubo cilindrico col diametro di un pollice, lungo otto, comprese linee 4. di spessezza della lastra mobile, a cui viene affisso.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll. quadr.	o. 7. 5. 1.10.	o. 7. 6. 4. 6.	o. 7. 6. 3. 6.
		o. 7. 5. 10. 5.	

85 I due diametri estremi di questo tubo sono inegualmente maggiori di un pollice, ed il minore è quello dell' orifizio esteriore, la cui superficie è circa d' una sessantesima parte eccedente la giusta. Prendasi pertanto una vena media fra quelle dei due piani inferiori, che di pollici quadrati o. 7. 6. 2., da cui levandone la sessantesima parte, cioè o. o. 1. 6., rimangono pollici quadrati o. 7. 4. 8., da cui devesi ancora sottrarre l' eccesso prodotto dal risalto della lastra fissa sopra la mobile esterna. Piglisi la nona parte dell' effetto intero nella luce circolare di tre pollici, cioè di 2. 2. 8. 7., qual è di pollici quadrati o. 2. 11. 7. Di questi prendansene gli $\frac{8}{10}$, che sono la ragione di linee 4. alla base rettilinea della cicloide ivi corrispondente, e si avranno pollici quadrati o. 1. 3. poco meno, che dovranno diminuirsi ancora nella ragione di quadrato 9. al circolo col diametro di un pollice, cioè nella ragione di 126. all' 11., e faranno si pollici quadrati o. o. 1. 3. 8., che della semplice vena circolare o. 5. 9. 5. ne sono circa la cinquantesimaseconda parte. Dunque la vena media o. 7. 4. 8. dovrà diminuirsi della sua cinquantesimaterza parte, cioè di o. o. 1. 8., onde rimanga di pollici quadrati o. 7. 3. o., e ponendosi l' area circolare col diametro di un pollice, cioè pollici quadrati o. 9. 5. 7., di parti uguali 324., sarà l' area della vena o. 7. 3. di parti 248. 2.

Quindi le vene di questi tre tubi cilindrici, ugualmente lunghi pollici otto, sono fra loro come i numeri 265., 258. 5., e 248. 2., che prossimamente sono gli stessi, che

li ritrovati per i tre tubi quadri della ſteſſa lunghezza, cioè 265., 258. 9., 248. 7., e poichè i dati non ſono accuratiſſimi, non avremo molto riguardo alle frazioni, o parti dodiceſime, che gli accompagnano, potendo baſtare all' intento gl' interi, il riſpettivo valore de' quali non può differire dal giuſto, che per qualche frazione.

86 Perchè ponendoſi l' area di una luce aperta in ſottile laſtra di parti uguali 324., quella della ſemplice ſua vena trovaſi di tali parti 199., e ad una luce di tre pollici di apertura adattandoſi eſternamente un conveniente tubo lungo pollici otto, ſi trova la di lui vena di parti 265., ed adattandoſi un tubo della medeſima lunghezza convenientemente ad una luce dell' apertura di due pollici, la di lui vena trovaſi di parti 258., e facendoſi lo ſteſſo ad una luce di un pollice, la vena corriſpondente trovaſi di parti 248. circa, ne ſegue, che una certa lunghezza nel tubo ne accreſce notabilmente la ſemplice vena; ma queſto accreſcimento ſi fa ſucceſſivamente minore col ſucceſſivo allungamento del tubo. In oltre, perchè luci ſimili, e ſimilmente applicate, preſcindendo da ogni altro riguardo, o accidente, deggiono dare vene proporzionali alle loro grandezze, ne ſegue ancora, che il ſecondo tubo riſpettivamente alla ſua apertura è più lungo del primo, eſſendolo tanto, quanto lo è il tubo nella maggiore apertura di tre pollici. Per la ſteſſa ragione dei due primi più lungo ſi è il tubo terzo riſpettivamente alla ſua apertura di un pollice, di modo che la comune lunghezza eſſendo di otto pollici, o dicaſi di linee 96., quella del ſecondo dovrebbe proporzionalmente eſſere di linee 64., e quella del terzo di linee 32. Quindi un eccesso di lunghezza di linee 32. nel ſecondo ha diſtrutto circa ſette delle 265. parti uguali, ed un eccesso di lunghezza di linee 64. nel terzo tubo ne ha diſtrutto circa 17. delle medeſime parti, di cui componevaſi la celerità nel primo tubo. Prima di paſſar oltre in queſte oſſervazioni, biſogna ben avvertire, che quantunque ivi parliſi di vene, deveſi però intendere, che il diſcorſo ſi riferiſce alle cele-

rità, colle quali scorre l' acqua per essi tubi: mentrechè riempiendoli questa interamente, le loro sezioni sono sempre uguali, e simili, non essendoci mai accaduto di scoprire sensibile contrazione di vena, nè vacuo alcuno negli orifizj de' tubi. E perciò considerandosi per piena la semplice luce, o la prima sezione, la sua celerità non è, che di 199. delle 324. parti, che competono alla massima conveniente celerità; e di parti 265. all' uscita dal primo tubo, di parti 259. all' uscita dal secondo, e di parti 248. all' uscita dal terzo tubo. Ma ciò posto, ne segue ancora, che tra l'orifizio posteriore, e l'anteriore di un tubo di una certa lunghezza deve trovarsi una velocità massima, relativa all' ampiezza del medesimo. Quale poi essa siasi, ed in qual ragione diminuisca col successivo allungamento del tubo, si è una ricerca quanto bella, ed utile, altrettanto difficile, la quale ora ne allontanerebbe di troppo dal nostro cammino; ma che ripiglieremo dopo le osservazioni, che rimangono a farsi sopra le vene ritrovate nelle Sperienze fatte con imbuti cicloidali.

Vene delle luci quadrate di tre pollici, interiormente fornite d' imbuto cicloidale, e poscia di tubo quadro ancora esteriormente.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	8. 5. 4.	8. 4. 2.	8. 5. 8.
quadr.	8. 5. 5.	8. 4. 4.	8. 6. 1.
		8. 4. 3.	

Aggiunto esternamente il tubo quadro.

	Piano superiore	Piano secondo	Piano infimo
Poll.	8. 7. 10.	8. 8. 1.	8. 6. 11. 0.
quadr.	8. 7. 6.	8. 7. 11.	8. 7. 8. 5.
		8. 7. 10. 6.	

Per saggio si è aggiunto il tubo cilindrico nel secondo piano, e sonosi avute le vene seguenti

Pollici 6. 7. 2.
quadrati 6. 5. 4.

Nel piano infimo con imbuto cicloidale maggiore sonosi avute le vene seguenti

Pollici 8. 8. 2. 6.
quadrati 8. 8. 4. 8.
8. 8. 5. 6.

Nel medesimo piano aggiunto ancora esternamente il tubo quadro sonosi avute le seguenti vene

Pollici 8. 8. 8.
quadrati 8. 5. 4. 8.
8. 7. 7.
8. 7. 9. 10.

87 Quindi la vena media pel semplice imbuto cicloidale nel piano superiore trovasi di pollici quadrati 8. 5. 4. 6.; nel secondo piano di 8. 4. 3.; nel piano infimo di 8. 5. 10. 6.

Le vene del secondo piano sono alquanto minori dell' altre, perchè la luce di questo piano è anche alquanto minore dell' altre, essendo le grandezze di queste tre luci di pollici quadrati 9. 1. 2. 6., 9. 0. 1. 6., 9. 0. 3. 2., onde ad esse proporzionali esser dovrebbero le medie loro vene, e codesta proporzionalità trovasi bastevolmente tra le luci, e le vene dei due piani superiori: poichè pollici quadrati 9. 1. 2. 6. a pollici quadrati 9. 0. 1. 6. stanno come 8. 5. 4. 6. all' 8. 4. 3., quelle poi del piano infimo dovrebbero essere minori di quelle del piano superiore, e maggiori di quelle del piano di mezzo, ma trovansi alquanto maggiori dell' une, e dell' altre, sebbene con un eccesso dispreggevole

dispreggevole, il quale può essere cagionato dalla brevità del tempo delle Sperienze, e dalla veemenza del getto, talmentechè la differenza di un minuto secondo importi sensibile differenza nella vena. Omesse per ora le vene dell' infimo piano, la proporzione tra l' area della luce, e quella della vena in numeri interi è uguale a quella del numero 2621. al numero 2433., oppure a quella de' numeri 324., e 300. $\frac{1}{2}$, ed omessa la frazione $\frac{1}{2}$ a quella de'numeri 27., e 25.

Più prossimamente uguali fra loro si fanno le luci, e le vene coll' aggiunta del tubo, potendosi prendere per media quella di pollici quadrati 8. 8. o., onde la ragione fra la luce, e la vena si fa come il numero 324. al 312., o come il 27. al 26.

La vena media dataci dall' imbuto cicloidale maggiore, il quale si sperimentò solamente nell' infimo piano, essendo di pollici quadrati 8. 8. 4. 2., ivi l'area della luce a quella della vena sta, come il 324. al 313. $\frac{1}{11}$; ma l' aggiunta del tubo quadro non ha dato accrescimento di vena, che nel primo de' cinque Sperimenti ivi fatti, facendola di 8. 8. 8., e poi molto minore negli altri quattro; anzi ancora minore della media dataci dall' imbuto minore, aggiuntovi lo stesso tubo quadro. Il che verisimilmente procede dall' essere l' apertura del tubo aggiunto alquanto minore della luce, onde ivi rompevansi i filamenti dell' acqua diretti dalla superficie cicloidale dell' imbuto.

88 Dalle riferite Sperienze apparisce chiaramente, 1.° Che la vena minima, (o considerandosi per piena la luce), che la celerità minima si fa quando l'apertura è in lastra sottile.

2.° Che si accresce la vena, o la celerità, adattando all' apertura un cannello, o tubo di una certa lunghezza, oltre la quale l' accrescimento fatto continuamente diminuisce col successivo allungamento del tubo.

3.° Maggiormente ancora si accresce la vena, se interiormente all' apertura si adatti una certa forma d' imbuto, siccome sono i nostri cicloidali, e più ancora si accresce, se

oltre all' imbuto si aggiunga esteriormente un tubo di capacità uguale, e di una certa lunghezza; e poichè coll'aggiugnersi tubi, ed imbuti ad una luce si accrescono a dismisura i fregamenti, e ciò non ostante non lascia di notabilmente accrescersi la vena, o la celerità. Dunque la resistenza nata dal semplice fregamento è per se stessa di pochissimo rilievo.

4.° Più dei tubi prismatici, o cilindrici possono accrescerla i tubi fatti a piramide, o a cono troncato, perchè somiglianti tubi formano una specie d' imbuto, dove la luce è l' apertura loro anteriore.

5.° In due diverse maniere si adoperarono da noi i tubi: la prima col tenerne chiuso l'orifizio posteriore verso l'acqua, ed aperto l' anteriore: la seconda all' opposto col tenerne aperto il posteriore, e chiuso l' anteriore. Tra queste due maniere non si è scoperto divario nelle vene di un medesimo tubo; bensì nella prima sovente accadeva il trovarsi in fondo al tubo qualche poco di aria cantonata, che ne turbava la Sperienza; ma nella seconda maniera riuscivano più facilmente: perchè, se rimaneva aria nel tubo, questa venivane tosto cacciata fuori dalla prima acqua, che ne usciva.

6.° Da tutto ciò, e dall' attenta considerazione di quanto naturalmente succede nello sgorgare dell' acqua per un' apertura fatta in lastra sottile, se ne ricava, che adattandosi esternamente ad una luce un imbuto di figura troncata, la cui base sia la luce medesima, e l'orifizio anteriore sia perfettamente simile, ed uguale alla sezione, in cui trovasi il massimo ristrignimento della vena, e tanto distante dagli spigoli interiori della luce, quanto dai medesimi ne dista la vena medesima; ed in oltre, che i lati, o pareti dell' imbuto, essendo perfettamente liscie, e pulite, secondino il naturale andamento della vena, cosicchè l' acqua appena le tocchi, se ne ricava, dissi, che potendosi in questo caso pigliare l'orifizio anteriore dell' imbuto per luce, questa dovrà dare una vena costantemente uguale a se stessa: perchè, per l' ipotesi, oltre ad essa non vi è più contrazione alcuna, e

perciò avrassi la massima naturale dispensa per esso orifizio esteriore, o dicasi la massima naturale celerità dello sgorgo.

7.° La medesima cosa succeder dee, se interiormente ad una data apertura si aggiusti un imbuto della poc'anzi detta forma; e quindi quei tubi, o imbuti, che ad essa più si avvicineranno, daranno dispense più prossime alla massima, e quelli, che da essa forma più si allontaneranno, le daranno minori, prescindendo però da altre cause, o accidenti.

89 8.° Queste conseguenze medesime trarre si possono dalle Sperienze del Marchese Poleni, riferite nel suo trattato *de Castellis*: imperciocchè avendo collocata verso il fondo di un ampio vaso, in cui mantenevasi l'acqua ad una stabile altezza, una luce circolare intagliata in sottil lastra di ferro, che avea un diametro di 26. linee, l'acqua per essa luce uscita riempì un altro vaso nel tempo di minuti primi 4. 36″. Adattando poi all'apertura un tubo cilindrico dello stesso diametro, lungo linee 92., il vaso riempissi nel tempo di minuti primi 3. 7″. Con un tubo conico lungo linee 92., coll' orifizio anteriore di linee 26., col posteriore verso l'acqua di linee 33. il vaso nelle replicate Sperienze riempissi nel tempo di minuti primi 2. 57″. Con altro tubo conico della stessa lunghezza, e coll' orifizio anteriore di linee 26., col posteriore di linee 42. riempissi da principio lo stesso vaso nel tempo di minuti primi 2. 57″. Ma poi in altre non si riempì, che in minuti primi 2. 59″. Con altro tubo conico della medesima lunghezza, e coll' orifizio anteriore di linee 26., col posteriore di linee 60. il vaso si riempì in minuti primi 3. Finalmente con un altro tubo conico uguale nel resto agli altri, ma coll' orifizio posteriore di linee 118., si riempì lo stesso vaso nel tempo di minuti primi 3. 4.″, ed anche in minuti primi 3. 6″. Onde la dispensa minore, o dicasi la minor vena, si fece colla semplice luce intagliata in lastra sottile. Quella col tubo cilindrico fu maggiore, e maggiori successivamente furono quelle dei tubi conici, ne' quali l'orifizio posteriore era di linee 118, 60, 42, 33.;

ma con quest'ultimo si fece costantemente la maggiore dell' altre. Niuna però fu intera, perchè essi tubi erano di misura, e figura diversa dalla sopraccennata naturale. Alla intera avvicinossi costantemente più d' ogn' altra quella del tubo conico, che avea l' orifizio anteriore di linee 26., e 'l posteriore di linee 33., quali diametri 26., 33. sono prossimamente, come i numeri 41., 52., la dispensa però non fu intera: perchè troppa era la lunghezza di linee 92., e le interiori di lui pareti non assecondavano la natural figura della vena, perchè figurate in superficie conica. Per la stessa ragione nemmeno i nostri imbuti cicloidali poterono darcela, se non che assai prossima all' intera: mentre l' orifizio loro anteriore essendo di linee 36., il posteriore era di linee 72., dovendo essere solamente di linee 46., e la lunghezza di linee 28. $\frac{1}{7}$, dovendo essere di linee 18. secondo le nostre osservazioni, o di 36. secondo quella del Newton.

90 Quantunque ciò sembri bastantemente certo: si volle nondimeno farne le seguenti Sperienze. Alli 18., e 19. Settembre 1766. ad una luce circolare di trè pollici di diametro adattossi interiormente un imbuto, il cui orifizio interiore è di linee 46., la lunghezza di linee 18.; nelle replicate Sperienze fatte ai diversi piani, la vena non oltrepassò pollici quadrati 6. 7. 5., la quale per essere massima dovrebbe essere di pollici quadrati 7. 0. 10., cioè uguale all' area circolare dell' orifizio esteriore; ma nel tempo delle Sperienze udissi un forte gorgogliamento prodotto da vortici attorno l' orifizio interiore dell' imbuto distante dall' interne pareti del buco quadro di pollici otto di lato aperto nel muro, non meno di linee 25. Si tolsero in gran parte essi vortici coll' applicazione di una lastra di ottone al detto orifizio interiore, la quale quasi uguagliava l' apertura del buco. Con ciò replicate più volte le Sperienze, la vena si fece più volte di pollici quadrati 6. 10., quale aumento è quasi uguale al massimo avutosi coll' imbuto cicloidale maggiore, aggiuntovi esternamente il tubo quadro: poichè, se si faccia come luce quadrata di pollici 9., alla detta vena massima ritrovata

di pollici 8. 8. 8., così l' area circolare di pollici quadrati 7. 0. 10. alla ſua vena, queſta trovaſi di pollici quadrati 6. 10. 2. 6.

Alli 9., e 10. dello ſteſſo Ottobre, con altro imbuto ſimile, ma lungo linee 22., con acqua torbida giunſe la vena a pollici quadrati 6. 10. 11.

Alli 15., e 16. detto, con imbuto lungo linee 24., la vena giunſe più volte a pollici 6. 11. 3., onde il difetto dalla maſſima portata non ſia che circa $\frac{1}{56}$ della medeſima.

Alli 22., e 23. Ottobre, con imbuto quadrangolare come ſopra, lungo linee 24., ma applicato interiormente alla laſtra fiſſa, ſpeſſa linee quattro, coſicchè la totale lunghezza facevaſi di linee 28.; la vena non oltrepaſsò pollici quadrati 8. 9. 4., la quale, a proporzione della precedente circolare, avrebbe dovuto farſi di pollici quadrati 8. 9. 10. 6. Onde il difetto dalla maſſima portata ſia di circa $\frac{2}{81}$. Quindi l'allungamento rettilineo di linee quattro di ſpeſſezza della laſtra fiſſa produſſe diminuzione, e non accreſcimento di vena. Non ſonoſi fatte ſperienze con imbuti d' altra lunghezza; ma da queſte chiaramente ſi conoſce la pochiſſima parte, che ivi hanno le reſiſtenze dell' aria eſterna, e dei ſoffregamenti, e la moltiſſima, che vi hanno i movimenti obbliqui laterali alla direzione principale; dimodochè formandoſi imbuti di più perfetta figura, e miſura, ſi poſſa ſperare ancora maggiore l' effetto; ſiccome, piacendo al Cielo, proccureraſſi nell' anno ſeguente 1767. Ma conſeguito che ſiaſi detto maſſimo effetto, o dicaſi maſſima vena, o diſpenſa, egli è chiaro, che coll' aggiugnere a tali imbuti, tubi, od altre tali coſe, non potrà ſeguirne che detrimento.

Dopo ciò più accuratamente poſſono correggerſi le vene delle luci quadrate di due pollici, e di un pollice di lato nelle piccole laſtre mobili, e nei tubi, di ciò, che ſi è fatto ai numeri 70., e ſeguenti. Ma quale debba eſſere la curvatura di eſſi imbuti, eſamineraſſi qui appreſſo.

91 Si consideri la figura *b b a a* (*Tav.* 8. *fig.* 1.ª), che l'acqua affetta nello sgorgare da un'apertura *b b* fatta in sottil lastra, dove a poca distanza riducesi alla minor larghezza *a a* della vena sommamente ristretta, oltre la quale torna tosto ad ingrossarsi, e vieppiù quanto più progredisce, fino a sciogliersi in gocciole, se liberamente sgorghi, a cagione della continua resistenza dell'aria. In essa figura il lato, o diametro della luce *b b* a quello della vena *a a* sta prossimamente come 52. al 41., secondo il Poleni, o come il 23. a 18., secondo le nostre Sperienze, e la distanza *b h* è uguale alla metà di *a a*, disponendosi la vena in una curva *b a*: di sorta che se *b b* sia di parti 46., *a a* sarà di parti 36., e quindi le uguali distanze *a h*, dalla *b e* parallela all'asse del moto, sieno di parti 5. La curva *b a* pare, ch'essere debba del genere cicloidale; poichè la natura operando sempre nel modo più semplice, e nel minimo tempo, ogni gocciola giunta in *b* deve portarsi in *a* con una direzione composta da innumerabili altre nel tempo brevissimo; ma il movimento composto nel tempo brevissimo è noto farsi in una curva cicloidale.

La curva *b a* però non può essere la cicloide ordinaria, perchè ivi il circolo generatore avendo parti 5. di diametro, la mezza sua circonferenza, e quindi la base retta *b h* della cicloide esser dovrebbe di parti 7. $\frac{4}{7}$ di lunghezza, mentre qui ella ne deve avere assai più; molto meno potrà essere la cicloide ordinaria, se *b h* fosse di parti 46., come stimò il Newton. Sarà pertanto una cicloide allungata, che descrivesi da un circolo rotato sopra una retta mossa anche essa verso la medesima parte. Come appunto succede alla gocciola, la quale partendo dal punto *b* con una direzione obbliqua incontra successivamente i filamenti acquei, portati parallelamente all'asse del moto, onde componesi la curvatura del suo cammino. Essa curvatura trovasi descrivendo la cicloide ordinaria con un circolo generatore, il cui diametro sia cinque delle trentasei parti, che costituiscono il diametro, o il lato dell'orifizio anteriore dell'imbuto, aven-

done 46. l'orifizio posteriore; ed in essa cicloide tirando molte ordinate paralelle alla sua base retta, che sarà di parti 7. $\frac{4}{7}$; e supposta la lunghezza dell' imbuto di parti 24. facciasi come 7. $\frac{4}{7}$ al 24., così ogni ordinata alla medesima prolungata. Trovati in tal foggia molti punti, per essi si meni una curva, che sarà la cicloide allungata, che si cerca.

Dopo ciò non parmi difficile lo spiegare, come i nostri imbuti cicloidali, quantunque di figura diversa dalla sopra accennata, abbiano tuttavia prodotto il notabile aumento di vena, che si è osservato in tutte le Sperienze con essi fatte sotto ad altezze d' acqua per molti piedi fra loro differenti. Imperciocchè essi imbuti avanzandosi interiormente nell' acqua, che sta per uscire, ed essendo collocati attorno l' apertura impediscono l' urto delle parti laterali nella vena principale, con che questa perde meno della sua forza nell' uscita.

In oltre ogni filamento obbliquo, come *a a* urtando nell' imbuto *b f* (*Tav.* 8. *fig.* 2.), si riflette in *c*; e quindi per *cd* novamente riflesso, incontra i filamenti obbliqui *aa*, *dd*, obbligandogli ad incurvarsi, come in *d e d e*, con che rendonsi meno obbliqui, e più paralelli alla vena principale, e maggiormente s' incurvano quelli, che vengono incontrati dai filamenti riflessi più prossimamente allo stesso imbuto. Onde per questa cagione già deve accrescersi la vena; e maggiormente ancora, perchè ogni filamento acqueo, che in qualunque punto incontra la superficie cicloidale dell' imbuto, dovendo strisciarsi lungo alla medesima fino alla libera uscita, ciò far deve col minor detrimento possibile della sua velocità; essendochè il moto dell' acqua per una cicloide non sarà diverso da quello degli altri corpi, se una medesima siane la cagione, e le circostanze sieno pur anche le medesime. Ora la cagione del moto è comune a tutti, ed è la gravità: questa dei solidi liberamente cadenti ne accelera il movimento colla costante, ed uniforme sua azione; ma l' acqua uscente pel foro, può ivi considerarsi come un

solido, ed è animata al movimento dalla pressione dell'acqua, che soprasta al foro di uscita. La pressione è stata dimostrata, quanto all'effetto dell'accelerazione, equivalente ad una libera caduta. Dunque una medesima è la causa del moto, e le circostanze sono ancora le medesime tanto per i solidi, che per l'acqua moventesi per la cicloide. Dunque una medesima deve esser la legge del movimento tanto per i solidi, che per i fluidi, scorrendo questi colle loro particelle insieme unite, lungo la cicloide medesima.

Si potrebbe opporre: che la dimostrazione del movimento de' solidi per la cicloide suppone, che il moto cominci dalla quiete; ma nel nostro caso, quando l'acqua incontra la superficie cicloidale dell'imbuto, essa ha di già qualche grado di celerità: dunque ec.

Rispondesi, che nell'ipotesi di coloro, che vogliono la massima celerità dell'acqua uscente, non essere istantanea, ma cominciare dalla quiete, l'obbiezione è nulla; ma non tralascia di esser tale, anche nell'ipotesi di una celerità precedente nel mobile, all'incontro della cicloide: purchè sia la stessa ne' diversi corpi, che incontrano similmente la stessa cicloide: perchè il supporre, che il moto cominci in tutti dalla quiete, o che il moto cominci in tutti colla medesima celerità, e colle stesse circostanze, è una medesima cosa, quanto all'uguaglianza dell'effetto; cioè quanto alla continuazione del loro movimento per un arco di cicloide simile, ed uguale; e quindi fassi palese la cagione del cotanto notabile aumento di vena prodotto dagl'imbuti cicloidali.

92 Più difficile per avventura sarà lo spiegare l'aumento di vena, o dicasi di celerità, cagionato dai tubi uniformi prismatici, o cilindrici: ma la spiegazione di codesto fenomeno otterrassi, almeno in parte; premettendo una osservazione assai comune di quanto succede, ogni qualvolta un corpo d'acqua mosso con insigne velocità entra in un canale, o recipiente più ampio, il cui fondo non abbia la declività sufficiente, per conservare nell'acqua la primiera velocità. Ed è, che rallentato a poca distanza il corso, l'acqua spandesi

desi in un maggior corpo, che dalla sopravvegnente più celere, ma di corpo minore, non può venirne sospinto colla stessa celerità, giusta le leggi dei moti negli altri corpi. Quindi il minore più celere urtando nel maggiore più lento, perde parte della sua celerità; e con ciò vieppiù s' ingrossa il corpo, che precede; e più ingrossando, più resiste, e quanto più questo resiste, tanto più diminuisce la forza dell' impellente. In tanto continuandosi per qualche tempo questo contrasto, il precedente s' innalza, e tende col suo maggior alzamento a scorrere all' indietro ringurgitando, ed in parte retrocede ancora l' impellente medesimo dal precedente risospinto. Con ciò riempionsi i vacui lasciatisi addietro, e finalmente pareggiate le forze, il precedente prende la celerità necessaria ad un corso regolare, proporzionato alla sua mole, ed alle condizioni del canale recipiente. Codesto fenomeno assai frequente a vedersi, e da noi più volte a bella posta proccurato, spiegasi assai facilmente, come qui vedesi, coi principj meccanici. In somigliante maniera, se mal non mi appongo, può spiegarsi l' effetto dei tubi, o cannelli applicati ai fori de' vasi per estrarne l' acqua in maggior copia. Se non che questi, essendo al disopra chiusi, non permettono all' acqua un maggior alzamento, la quale in essi entrando da principio colla sua vena diminuita, e con una data celerità, a poca distanza, come più volte si è detto, torna ad ingrossarsi, e tanto più, quanto più va innanzi. Dunque dopo un certo tratto urta d' ogn' intorno nelle pareti del tubo, ed ivi s' ingrossa di corpo sino ad empierne tutta la capacità. Nel tempo medesimo rallentasi la celerità, che avea nella sua vena sommamente ristretta, e quanto più lungo si è il tratto del tubo riempito, tanto maggiori si fanno le resistenze a quella, che successivamente introducesi. Onde sempre minore celerità comunichi a quella, che va innanzi; e questa non potendo alzarsi, ed essendo continuamente urtata dalla susseguente, la rispigne, e con ciò riempionsi i vacui da principio lasciatisi addietro dalla vena ristretta, con ciò

il sito della sua massima contrazione viene portato in dietro dall'acqua rispinta, le ripercussioni della quale giugnendo a farsi sentire dalle parti laterali obbliquamente portate all'orifizio, le rende meno oblique, e più paralelle all' asse del moto. Quindi avvalorasi, e si accresce il moto principale, e diretto, onde ne segue l' aumento della vena, o della dispensa. E perchè un successivo allungamento di tubo ne accresce ancora successivamente le resistenze, quindi ancora ne segue un' altra successiva diminuzione di celerità, o dispensa. Codesto fenomeno potrebbesi forse spiegare con discorso più geometrico; ma per ora basti l' averne indicate le cagioni, assai più importando il ricercare la lunghezza de' tubi, che, rispetto alla loro ampiezza, può darci la dispensa massima, e la proporzione dei decrescimenti della medesima cagionati dalla maggiore loro lunghezza.

93 Questa ricerca, a vero dire, abbisognerebbe di un maggior numero di esatte sperienze; e dopo ciò rimarrebbe forse ancora superiore alla mia industria: tuttavia per modo di congettura più tosto, che di asserzione esporrò quello, che me ne pare; mentre che o da me, o da altri più diligenti, e perspicaci ricercatori se ne aspetterà una migliore risoluzione. Prima però di entrar in carriera, facciamoci presenti alcune avvertenze. 1.° Che le vene da noi ritrovate nelle Sperienze fatte con altezze, e perciò con celerità diverse sono le medesime, che sarebbonsi ritrovate con sperienze tutte fatte colla medesima altezza di acqua, e perciò colla medesima celerità. Questa proposizione del Newton è pur anche stata bastantemente da noi provata al num. 61. 2.° Che le vene ritrovate per i tubi non sono le apparenti, siccome abbiamo superiormente avvertito, ma piuttosto esprimono la ragione della massima celerità alle celerità effettive, con cui scorre l' acqua per essi tubi. 3.° Tengansi ancora alla memoria le osservazioni poc' anzi fatte circa la natural constituzione della vena nell' acqua uscente per aperture fatte in lastra sottile; e circa il modo, con cui produ-

cesi l' accrescimento della medesima nei tubi. Dopo ciò distingueremo due effetti massimi, o dicansi due massime dispense; l' una assoluta, e naturale, e l' altra effettiva, e relativa alle circostanze. La prima di queste non può ottenersi, senzachè l' acqua ne riempia interamente il tubo, e per esso uniformemente scorra con tutta intera la celerità competente alla sua discesa, o ad altra forza equivalente; ma tale non avrassi giammai con semplici tubi uniformi esteriormente adattati alle aperture: perchè ad un tal effetto bisognerebbe, che si annientassero affatto le resistenze tutte, che prova l' acqua nell' introdursi, e moversi in essi tubi, il che naturalmente non può accadere.

Questa impossibilità si appalesa, riflettendo, che per avere un tal massimo effetto assoluto converrebbe, che il tubo fosse affatto ripieno dall' uno all' altro suo estremo orifizio, e che per esso si movesse l' acqua uniformemente coll' intera massima celerità competente alla pressione, o ad altra forza equivalente: perchè altrimente dove non fosse pieno, ivi la celerità sarebbe maggiore della massima, oppure non sarebbe massimo l' effetto; la prima di queste cose è assurda, e l' altra è contro alla supposizione. Posta poi la pienezza del tubo, il moto uniforme dell' acqua colla massima celerità suppone realmente annientate tutte le resistenze; il che è una supposizione affatto gratuita, anzi ripugnante in natura. Dunque l' effetto massimo, o dicasi la massima naturale dispensa per via di semplici tubi uniformi, ed esternamente adattati alle aperture non potrassi giammài ottenere.

Dunque non otterrassi che una dispensa massima relativa alla lunghezza, e capacità del tubo. Ora dico, che codesta massima dispensa relativa non richiede, che poca lunghezza rispetto alla capacità del tubo: dico poca, non però minima: perchè una lunghezza uguale, o minore, o per poco anche maggiore della naturale distanza della vena sommamente ristretta dall' apertura non altererebbe punto essa vena, ma ne uscirebbe l' acqua senza toccarne l' interne pareti, e lascierebbe apparire qualche vacuo attorno l' orifizio

esteriore del tubo. Dovrà pertanto essere tale la lunghezza del tubo, che oltre al sito della vena, già resi abbastanza divergenti i filamenti dell' acqua urtino nelle pareti del tubo, e per tanta distanza, sicchè riflessi rallentino da prima il loro moto, e ne riempiano la cavità, e facciasi dall' acqua ritardata tanta resistenza alla susseguente, onde ritirisi il sito della vena, si riempiano i voti da essa lasciati, e l' acqua retrograda porti innanzi la sua azione contro i moti laterali, ed obbliqui, che della diminuzione della vena ne sono la principal cagione; e quindi si multiplichino, e si rinforzino i moti diretti paralelli all' asse del tubo.

Ora la distanza della vena sommamente contratta dalla luce è nota per le osservazioni, cioè secondo le nostre, ella è di un semidiametro della stessa vena, e secondo quelle del Newton, ella è di un diametro della luce.

La legge poi, con cui i filamenti dell' acqua rendonsi divergenti dopo la massima contrazione della vena, non ci è per anco ben nota, solamente abbiamo potuto osservare nei getti circolari, che il diametro della vena uguaglia quello della luce circa ad una distanza quadrupla del diametro medesimo. Per altro i continui tremori della vena stessa, e lo sparpagliamento di molti filamenti all' intorno della medesima sono in parte cagione, che urti molto prima nelle pareti del tubo, il che meglio potrebbesi osservare adoperando tubi di vetro. Supponiamo però tale distanza uguale ad un diametro della luce, ed ivi s' ingrossi la vena a segno di urtare nelle pareti del tubo. Questo però ancora non basta, ma vi abbisogna un qualche tratto, acciocchè si rifletta tanta quantità di filamenti, che turbar possa, ed alterare lo scorrimento dei filamenti paralelli all'asse del tubo; onde si riempia questo, si rispinga la situazione della vena contratta, e si moderino in qualche modo i movimenti obbliqui laterali all' ingresso nel tubo. Questo tratto neppure si sa quanto debba essere lungo; solamente dalle Sperienze si conosce, che non è grande, supponiamolo uguale all' apertura del tubo medesimo. Con questi supposti la lunghezza

del tubo ſarebbe di un ſemidiametro della vena diminuita, con inſieme due diametri, o lati del tubo, o ſe ſi voglia di due diametri e mezzo della luce. Quindi una tale lunghezza all' apertura del tubo ſarebbe in numeri interi proſſimamente come 5. al 2.

Secondo queſta proporzione il tubo quadro adattato da noi alla luce quadrata, e 'l cilindrico adattato alla circolare di tre pollici, eſſendo lungo pollici otto, o dicaſi linee 96., avrebbe dovuto eſſere ſolamente di linee 90. Conſideriamo ancora la celebre ſperienza del Marcheſe Poleni, che è la ſeſta delle riferite nella ſua lettera al Sig. Marinoni. Avendo adattato un cannello cilindrico lungo ſette linee, colla ſua cavità di tre, verſo il fondo di un vaſo, in cui l'acqua mantenevaſi ad una ſtabile altezza di tredici piedi: l' acqua uſcitane in un minuto primo fu di pollici cubici 905. la diſpenſa maſſima aſſoluta dovea eſſere di pollici cubici 998. Per eſprimere la ragione di queſta diſpenſa maſſima alla effettiva con i noſtri numeri, facciaſi come 998. al 905., così 324. ad un quarto, e ſi trova 293. [illegible] quantità riſpettivamente molto minore delle da noi ritrovate cogl' imbuti cicloidali, ma maggiore delle ritrovate con i ſemplici tubi eſternamente applicati. In queſta Sperienza la proporzione tra il diametro della luce, e la lunghezza del tubo è come 3. al 7., e facendoſi come 2. al 5., così linee 3. ad un quarto, trovanſi linee 7. $\frac{1}{2}$. Onde anche il cannello di codeſta Sperienza ſarebbe ſtato troppo corto ſolamente per una mezza linea, poſta la detta proporzione del 2. al 5. Sembra non neceſſario avvertire, che fin'ora non ſi è trattato, che di cannelli, e tubi applicati orizzontalmente, dentro ai quali più non ſi fa maggior acceleramento, mentre ne' verticali, ed inclinati per la nuova diſceſa, che in eſſi fa l' acqua, ſempre acquiſta qualche grado di maggior celerità, ſebbene alquanto diminuita per ragione delle reſiſtenze.

94 Paſſiamo ora ad inveſtigare la legge, con cui diminuiſcono le celerità dell' acqua ne' tubi di varia lunghezza: a

questo fine premettiamo una considerazione, che ci sarà utile ancora in altro proposito. Suppongasi, che in un tubo, o canaletto assolutamente orizzontale, e di lunghezza qualunque, s'introduca l'acqua riempiendone l'orifizio, senza altra forza, che la necessaria alla semplice sua introduzione, l'interno del tubo, o del canaletto sia affatto sgombro da ostacoli, sicchè l'acqua introdottavi altra resistenza non trovi, che quella delle piccole scabrosità del fondo, e dei lati non affatto liscj, e puliti: dico, che per esso moverassi l'acqua fino all'uscirne per l'altro orifizio estremo, non ostanti tutte le resistenze, che per tutta la lunghezza del tubo sia per provare dallo stroppicciamento contro il fondo, e le sponde non affatto liscie; nè saravvi altra differenza, che il maggior, o minor movimento nell'acqua, e quindi l'uscirne in maggior, o minore quantità per l'orifizio estremo: imperocchè essendo di qualche ampiezza il tubo, o canaletto, l'altezza viva dell'acqua sarà sempre maggiore delle piccole prominenze, e scabrosità del fondo, sicchè per tutta la lunghezza del medesimo non verrà l'acqua interamente ritenuta; e quindi in forza della propria gravità, e fluidità continuerà a moversi verso la medesima parte; la precedente venendo continuamente seguitata dall'altr'acqua, nè trovando ostacolo, che tutto ne distrugga il suo moto, poichè un tale ostacolo dovrebbe otturare tutta la capacità del tubo, ciò che è contro la supposizione. Dunque finalmente giugnerà a sboccare dall'altro estremo; dunque le resistenze cagionate dal solo stroppicciamento dell'acqua nelle pareti non affatto liscie, e pulite del tubo eziandio assolutamente orizzontale, e di qualunque data lunghezza non possono affatto distruggere il di lei progresso, sicchè non giunga ad uscirne per l'altro orifizio estremo; ma solamente potranno diminuirne il moto, e quindi la quantità della dispensa, secondo la maggior lunghezza, e le scabrosità del tubo, o canaletto.

Posto questo principio, che solamente ai fluidi conviene, tra le diverse leggi, o ipotesi delle resistenze cagionate dal

ſolo ſtroppicciamento; quella più facilmente adattaſi alla preſente quiſtione, e più da vicino corriſponde alle Sperienze, che pone le reſiſtenze proporzionali alle velocità del medeſimo mobile; e quindi le velocità eſtinte proporzionali agli ſpazj percorſi, e le reſidue proporzionali agli ſpazj, che reſtano da percorrerſi. Eſſendoſi ritrovato, che in un tubo quadro, ed in un cilindrico di lunghezza pollici otto, adattato eſternamente ad una conveniente apertura di tre pollici, e queſta intendendoſi diviſa in parti 324., la vena era di tali parti 265.; ed in altro tubo quadro, ed in altro cilindrico della ſuddetta lunghezza, adattato ad un' apertura di due pollici; ponendoſi queſta di parti uguali 324., la vena trovoſſi di parti 259. circa, ed in un quadro, ed in un altro cilindrico della medeſima lunghezza dei precedenti adattato ad un' apertura di un pollice: ponendoſi anche queſta di parti uguali 324., la vena trovoſſi di parti 248. circa; ed avendoſi avvertito, che codeſte eſpreſſioni debbono riferirſi alle celerità, con cui ſcorre l'acqua per eſſi tubi, non alle vene reali: dunque tanto nei tubi quadri, che nei cilindrici ponendoſi la maſſima celerità di parti 324., le celerità dell' acqua per eſſi ſono proſſimamente

Come i numeri 265. 258. 9. 248. 7.
Oppure come 265. 258. 5. 248. 2.

Ma nella preſente quiſtione egli è lo ſteſſo, che i lati, o diametri delle aperture ſieno di pollici 3, 2, 1, e comune la loro lunghezza di pollici otto, oppure che pongaſi comune l'apertura; ma le lunghezze dei tubi, come 1, 2, 3, o dicaſi come pollici 8, 16, e 24; ma queſte lunghezze ſono gli ſpazj percorſi, e le velocità eſtinte ſono come 7, 10, 17, o più eſattamente come 6. 10., 10. 3., 17. 1. Dove la prima velocità eſtinta 6. 10. ſta alla ſeconda 10. 3., come 2. al 3.; e la ſomma di ammendue 17. 1. a caduna di eſſe, come il 5. a caduna delle ſue parti 2, e 3: dunque le reſiſtenze ſono ivi proporzionali alle celerità; e le celerità eſtinte, come gli ſpazj percorſi, e le reſidue come gli ſpazj ancora da percorrerſi.

95 Cerchiamo ancora qualche maniera di determinare la ragione tra l' effetto massimo assoluto, e l' effettivo, o relativo, o dicasi tra la celerità massima assoluta, e l' effettiva, o relativa dell' acqua nei tubi.

Fra le asintote rettangole AB, AD sia l' iperbola prima *Fecd*, (*Tav.* 8. *fig.* 3.) la ED rappresenti la nota lunghezza di un tubo, e la EC di un altro di uguale apertura, rimarrà nota la differenza CD. Dalla Sperienza note sieno le celerità Cc, Dd, con cui l' acqua esce dai due tubi EC, ED; e la AB ne rappresenti la celerità massima assoluta competente alla pressione, o ad altra forza equipollente. Trovisi in primo luogo la distanza CA dal centro A dell' iperbola, la di cui proprietà è, che ogni $AC \times Cc$ sia uguale ad ogni $AD \times Dd$, onde ne segue, che $AC \times \overline{Cc - Dd}$ sia uguale a $CD \times Dd$; e quindi avrassi $AC = \frac{CD \times Dd}{Cc - Dd}$. Dalla ritrovata AC sottrisi la data EC, e si conoscerà la AE; e dovendo pur essere $AE \times Ee = AC \times Cc$, troverassi la $Ee = \frac{AC \times Cc}{AE}$. Se alla Sperienza si applichi questa formola, conosceransi la celerità Ee, con cui l' acqua introdurre devesi nel tubo ED, ed ancora la ragione della celerità Ee alla massima assoluta AB.

Nelle nostre Sperienze la EC è di pollici 8., la ED di 24.; e perciò la CD di pollici 16. La celerità Cc è di parti 265., la Dd di parti 248., omesse le frazioni delle 324. parti uguali, in cui intendesi divisa la celerità massima assoluta AB. Quindi trovasi $AC = \frac{16 \times 248}{17} = 233$; da cui sottraendo $EC = 8$, rimane $AE = 225$.

Trovasi ancora la $Ee = \frac{AC \times Cc}{AE} = \frac{233 \times 265}{225} = 274$. Dunque la celerità Ee alla massima assoluta AB sarebbe come 274. al 324., oppure 137. al 162. Più speditamente può trovarsi la celerità Ee: facendo come la lunghezza CD di pollici 16. alla velocità estinta 17., così la lunghezza

EC

EC di pollici 8. alla velocità eſtinta 8. $\frac{1}{2}$, che aggiunta alla 265. fa la celerità $Ee = 273. \frac{1}{2}$. Ma è da preferirſi la precedente maniera, perchè non ſoggetta alla perpleſſità di frazioni non accurate.

Non oſtante poi, che la celerità Ee troviſi di parti 274., non perciò potraſſi avere una diſpenſa fatta con tutta eſſa celerità, ma con altra alquanto minore: perchè, ſe ſi togliesſe affatto il tubo, e rimaneſſe la ſemplice luce, egli è chiaro, che toſto tornerebbe a formarſi la vena ſommamente riſtretta, che equivale alla luce piena, ma con una celerità di ſole parti 199. Onde ſia neceſſaria una certa lunghezza di tubo per accreſcerla; ma la lunghezza medeſima nello ſteſſo tempo che l' accreſce in una ragione, ne la diminuiſce in un' altra, cioè proporzionalmente a ſe ſteſſa; per la qual cauſa la celerità maſſima effettiva, riſpetto alla maſſima aſſoluta di parti 324., ſarà ſempre minore di parti 274., e ridurraſſi a parti 266., o 267. al più.

A codeſta determinazione non opponeſi la ſoprammentovata Sperienza del Poleni, in cui trovoſſi la vena, o per dir meglio, la celerità di parti 293. maggiore del 267. Dovendoſi riflettere, che il tubo in eſſa Sperienza adoperato avea il ſuo orifizio verſo l' ingreſſo dell' acqua dilatato a modo d' imbuto, il che neceſſariamente ne accreſce la vena. Che ciò ſia vero: oſſervinſi le tre Sperienze fatte con luci aperte in laſtra ſottile, nella prima delle quali, ch'era circolare, ed uniforme, ſi ebbero in un minuto primo 607. pollici cubici d' acqua; nella ſeconda la luce eſſendo dilatata da una parte a modo di cono troncato col diametro minore verſo l' acqua, nello ſteſſo tempo ſcaricaronſi pollici cubici 627.; ma nella terza, dove verſo l' acqua era rivolto il diametro maggiore, ſcaricaronſi pollici cubici 713. Dal che ſi conferma il detto già più volte, che certa ſpezie d' imbuto può accreſcere di molto la diſpenſa; ma quindi nulla ſi può inferire contro la poc'anzi determinata proporzione tra la maſſima celerità aſſoluta, e la effettiva. Anzi la quarta Sperienza dell' Autore medeſimo ſerve a comprovarla, eſſendo ſtata

fatta con un tubo cilindrico uniforme, lungo linee 13., per cui nel ſuddetto tempo di un minuto primo ſcaricaronſi pollici cubici 809., quale diſpenſa ridotta alle noſtre eſpreſſioni ne dà la velocità maſſima relativa di parti 262. circa, minore della 265., appunto perchè la lunghezza di tredici linee al diametro di tre ha maggior proporzione, che il 5. al 2., ed ancora maggiore, che nel primo tubo delle noſtre Sperienze, in cui la lunghezza al diametro era come 8. al 3.

Stabilite così, o in altra più accurata maniera queſte proporzioni, rimarrà poi facile il determinare la lunghezza di un tubo riſpettivamente alla ſua ampiezza, in cui entrando l' acqua con una data forza, ſi faccia una data diſpenſa; o pure data la lunghezza, ed ampiezza del tubo, e la diſpenſa da farſi, il trovare la preſſione, o forza neceſſaria all' acqua per introdurſi nel tubo; oppure data la preſſione, la diſpenſa, e la lunghezza del tubo, il trovarne la di lui capacità. Tanto ſia detto, ed inteſo per i tubi uniformi, ed orizzontali; poichè con tubi d'altra ſorta non abbiamo fatta ſperienza veruna.

FINE DELLA PRIMA PARTE.

DEGLI SPERIMENTI IDRAULICI

PARTE SECONDA.

CAP. I.

Di alcuni errori particolari nella Teoría delle acque correnti.

96 DOpo aver posto in tutto il suo lume il primo fondamentale principio di codesta Scienza con evidente dimostrazione meccanica, e con molte nostre, ed altrui Sperienze, e di averne quindi tratte diverse conseguenze non meno utili all' avanzamento della Teorica, che alla sicurezza della Pratica: ne rimane a dilucidarne ancora qualche altro. Ma perchè non meno dello scoprire, ed accertare i principj si è forse necessario, o certamente utile lo scoprire, ed il correggere alcuni particolari errori, nei quali veggonsi talora cadere Uomini di non volgare perizia, tra più gravi si può annoverare quello, che la Teoría dell'acque uscenti da fori de' vasi nulla abbia a che fare col corso de' fiumi. In tale errore verisimilmente sono stati indotti dalla difficoltà di farne la conveniente applicazione; ma mi lusingo, che ne verranno affatto chiariti in questa seconda Parte. Un altro non meno frequente errore si è, che nell'acque correnti l'acceleramento delle precedenti debba accelerarne le susseguenti, o il ritardamento ritardarle in forza della mutua adesione, o tenacità delle parti, senza riflettere alle cagioni, al modo, ed alle circostanze, facendo un mescuglio de' principj geometrici, e meccanici, capace di mettere all' oscuro i meno accorti. Per altro la quistione è di pianissima risoluzione, facendosi buon uso de' principj medesimi: essendo certissimo, che un corpo meno veloce non può accelerarne un più veloce, che lo precede, nè questo quello, quando essi sono

affatto disgiunti, e separati. Ma dicono essi, questa disgiunzione, o separazione è appunto la condizione, che non si trova fra le parti dell' acqua corrente, tra le quali concedesi da tutti una qualche sorta di adesione, o tenacità, che le tiene insieme alquanto unite. A questa istanza è pur anche facile la risposta; cioè, se in forza di quella qualunque siasi tenacità di parti, le precedenti più veloci possono trarsi dietro le meno veloci; queste ancora in forza della tenacità medesima potranno ritardare le precedenti più veloci; ed essendo sempre uguali, ed opposte l' azione, e la riazione de' corpi fra loro, l' effetto di cotale tenacità o distruggerassi affatto, oppure farassi un compenso tale di celerità, e di ritardamento, con cui moveransi le parti precedenti, e le susseguenti con un moto comune; e con ciò distruggesi l' ipotesi, che le precedenti sieno più veloci. Ad altra causa adunque ascrivere si dee l' acceleramento delle posteriori, e non alla semplice coesione, o tenacità colle parti più veloci, che lo precedono, ed una tale causa portar non deve il suo effetto oltre ad un certo termine. La cagione più ordinaria dell' acceleramento nell' acqua precedente si è qualche maggiore declività di fondo, qualche salto, o caduta, o altra equivalente, per cui accrescendosi la primiera celerità, si diminuisce necessariamente il corpo d' acqua, abbassandosi di pelo; onde la susseguente acquista anch' essa qualche maggiore declività, per cui fassi più veloce, e cotale nuova accelerazione giugne fino a quel termine, a cui giugne la nuova declività di superficie acquistata, o come dicesi, la chiamata; così pure fino ad un certo termine, e non più, giugne il ritardamento cagionato dalla precedente alla susseguente. Siccome accade, quando il naturale libero suo corso viene impedito, o interrotto da qualche ostacolo: poichè allora alzandosi di pelo, col suo alzamento diminuisce la declività di superficie nella susseguente; e quindi la celerità, e ciò finattantochè col maggior corpo accresciuta l' altezza viva acquisti la velocità necessaria al perenne scorrimento. Ristabilito poi il corso, si fa pur evidente,

che di un cotal ritardamento, o ringurgito non ne participerà la corrente dal detto limite lontana. Altra quiſtione agitaſi pur ſovente tra periti circa la più, o meno pronta evacuazione delle conſerve di acqua per canali più, o meno inclinati; e quivi dico ancora, che quando l'acqua già uſcita dalla conſerva verrà accelerata da qualche altra cauſa diverſa da quella, che la caccia fuori, che cotale acceleramento non ſi comunica a quella, che ſuſſeguentemente eſce dalla conſerva. E così ancora dico, che ſe la precedente incontrerà qualche oſtacolo, che la ritardi, queſta dovrà alzarſi di ſuperficie, e portarla indietro, finattantochè e col maggior volume, e colla velocità dall'alzamento ſteſſo accreſciuta poſſa mantenerſi ſtabilmente il ſuo corſo. Quindi, ſe il ringurgito non arrivi in vicinanza dell'uſcita dalla conſerva, non ne ritarderà punto l' evacuazione. La coſa parmi così evidente, onde dubito, che alcuno giudicherà ſuperfluo queſto diſcorſo; ma lo prego a paſſarmelo buono, eſſendovi quaſi coſtretto dalle tante altercazioni, alle quali in più occaſioni dovetti trovarmi preſente, dove per quanto ſiami ingegnato, non mi potè riuſcire di farla capire a cert'uni, forſe perchè non ſoffrivano volentieri di parerne convinti: onde ſtimo doverne pubblicare con le ragioni le Sperienze ancora.

Sperienze circa l' evacuazione delle Vaſche.

97 A' 4. Settembre 1765. ſi riempì la Vaſca ſuperiore fino all' altezza di due piedi, tranquillata l' acqua, in un tratto alzoſſi di ſei pollici la portina del canaletto cicloidale, (*Tav.* 2.) pel quale nel tempo di minuti primi 3. 25″ ſi abbaſsò la ſuperficie dell' acqua nella conſerva pollici 18. Veggaſi la deſcrizione di queſto, e degli altri canaletti, dei quali ſi fa menzione in queſte Sperienze nella prima Parte al num. 4.

Replicata la Sperienza nel medeſimo giorno, e colle medeſime circoſtanze ſeguì lo ſteſſo abbaſſamento di pollici 18. in minuti primi 3. 27″.

A' 6. Settembre ſi replicò ancora nelle medeſime circoſtanze queſto Sperimento; ed il medeſimo abbaſſamento di pollici 18. ſi fece in minuti primi 3. 28″. Eſaminata la larghezza dell' imbocco di codeſto canaletto, ſi trovò di circa una linea maggiore di un piede, che dovrebbe eſſere la comune larghezza delle bocche di codeſti tre canaletti.

A' 5. Settembre, riempita come ſopra la Vaſca all'altezza di due piedi, ſi alzò in un tratto la portina del canaletto deſtro, di doppia eſtenſione del precedente, e con due ſvolte; e ſi fece l' abbaſſamento di 18. pollici nel tempo di minuti primi 3. 30″.

Replicato nelle medeſime circoſtanze lo Sperimento, ſeguì pure in minuti primi 3. 30″ l' abbaſſamento di 18. pollici della ſuperficie dell' acqua nella Vaſca.

La ſera del medeſimo giorno ſi fece nelle medeſime circoſtanze lo Sperimento, aprendoſi il canaletto deſtro di tripla eſtenſione, ed a ſei ſvolte, e ſeguì pure il medeſimo abbaſſamento di pollici 18. nel tempo di minuti primi 3. 30″.

Replicato nelle medeſime circoſtanze, e col medeſimo canaletto lo Sperimento, ſi ebbe ancora il medeſimo ſucceſſo.

Finalmente lo Sperimento ſi fece aprendo nella ſteſſa maniera la bocca del canaletto ſiniſtro di doppia lunghezza del primo, ed a quattro ſvolte, e ſeguì pure l' abbaſſamento della ſuperficie nella Vaſca di pollici 18., nel tempo di minuti primi 3. 30′.

Da queſte replicate, e concordi Sperienze confermaſi il precedente ragionamento, in cui ſi dimoſtrò, che nè l'acceleramento, nè il ritardamento dell' acqua, che precorre, colle condizioni ivi preſcritte, non accelera, nè ritarda la ſuſſeguente: dimodochè la forza eſpellente eſſendo una medeſima, l'evacuazione, o lo ſcolo per canali ſcoperti faſſi nel medeſimo tempo, quando in eſſi non ſi faccia tale ringurgito, che giunga fino all' uſcita dalla conſerva.

98 Sonoſi fatte altre Sperienze circa l' evacuazione della Torre, delle Vaſche, e de' Canali; ma piuttoſto per noſtra iſtruzione, e regolamento, che per altro fine: tuttavia per-

chè taluno potrebbe trarne qualche vantaggio coll' osservarne le misure date da principio di ciascuno di essi vasi, ne accenneremo alcune.

Sperienze diverse di evacuazione.

A' 19. Settembre 1764. avendosi nella Vasca superiore un' altezza d'acqua di 16. pollici, pel canale cicloidale affatto aperto nel tempo di minuti primi 3. 8″ si abbassò la superficie dell' acqua di pollici 12.

Nel medesimo giorno essendo l' altezza dell' acqua nella medesima Vasca di pollici 22. linee 4.; nel tempo di minuti primi 15. si abbassò la superficie di pollici 21. linee 10.

Nel medesimo giorno avendosi sopra il ritaglio, o dicasi sopra il fondo dell' introduttore, l' altezza di pollici 15. linee 4. si votò il canale introduttore, e la Torre insieme nel tempo di minuti primi 8. 5″ per la semplice luce quadrata di tre pollici del piano infimo.

E fattasi nella Vasca un' altezza di pollici 23. linee 4. $\frac{1}{2}$, vi vollero minuti primi 15. per far abbassare la superficie dell' acqua di pollici 23. pel canale cicloidale affatto aperto.

Avendosi ancora un' altezza di pollici 8. linee 7. sopra il ritaglio, si votò il canale introduttore colla Torre insieme, nel tempo di minuti primi 6. 20″ pel semplice buco quadrato di tre pollici del piano infimo.

A' 25. Settembre essendo l'acqua sopra il ritaglio alta pollici 18. linee 10., si votò il canale introduttore colla Torre insieme nel tempo di minuti primi 7. 30″ pel buco quadrato di tre pollici del piano infimo, fornito d' imbuto cicloidale.

A' 27. Settembre l' acqua nella Vasca essendo alta pollici 18. linee 7. pel canale destro di doppia lunghezza con due svolte affatto aperto, si abbassò l' acqua pollici 18. linee 1. nel tempo di minuti primi 15. 30″.

Avendosi l' acqua sopra il ritaglio alta pollici 16. linee 9., e nella Vasca essendovi un' altezza di pollici 18.; nel tempo

di minuti primi 10. si votò il canale introduttore, e la Torre, ed il tutto poi pel canaletto destro di doppia lunghezza, ed a due svolte in minuti primi 24.

99 In seguito alle Sperienze del numero 97. cerchisi la celerità media, con cui è uscita l'acqua dalla Vasca per una apertura larga un piede, alta sei pollici, colla pressione, o dicasi col battente sul principio del moto di pollici 18.; e se sia ivi seguita qualche contrazione di vena.

Considerando, che in tutte codeste Sperienze sonosi scaricati piedi cubici di acqua 433. $\frac{1}{3}$ nel tempo di minuti secondi 210.: dunque, se lo scarico fosse seguito senza veruna contrazione di vena per un' apertura larga piedi 1., alta pollici 6., e perciò di superficie $\frac{1}{2}$ piede quadrato: dividendosi piedi cubici 433. $\frac{1}{3}$ per minuti secondi 210. multiplicati per $\frac{1}{2}$ piede quadrato, cioè per piedi quadrati 105., troverebbesi la celerità uniforme di piedi 4. 1. 6. 6. $\frac{4}{11}$ per minuto secondo, con cui sarebbe uscita l'acqua per la detta apertura affatto piena. Ma lo scarico non è seguito con celerità uniforme, ma bensì con celerità uniformemente ritardata, non però fino alla totale sua estinzione, o dicasi fino alla quiete, ma solamente fino all' abbassamento di pollici 18. dell' acqua nella Vasca.

All' asse AC col vertice in C, col parametro $P =$ piedi 60., intendasi descritta la parabola CLD, (*Tav.* 8. *fig.* 4.) e pongasi AC di pollici 24., che sono l'altezza dell' acqua nella Vasca; taglisi AB di sei pollici, che sono l'altezza dell' apertura, e rimarrà il battente CB di pollici 18.

La prima celerità dello scarico è la EF, che è la media competente all' altezza AB dell' apertura posta sotto il battente BC. Trovasi EF di piedi 10. 2. 11. 10, e quindi $CE = \frac{\overline{EF}^2}{P} =$ piedi 1. 9. 0. 1.

L' ultima celerità dello scarico è quella, che compete ai quattro noni di BA, cioè a pollici 2. linee 8. Dall' asse

CA

CA taglisi $CH =$ pollici 2. 8., la sua celerità HI troverassi di piedi 3. 7. 9. 9., e l'altezza residua HE di piedi 1. 6. 4. 1., per cui dividendosi l'area del trapezzo parabolico $HEFI$, che è la somma di tutte le successive celerità dello scarico, e qual area è di piedi quadrati 11. 5. 0. 5. 6., trovasi la celerità media KL di piedi 7. 5. 8.

Multiplicandosi poscia minuti secondi 210. per piedi 7. 5. 8. si ha un prodotto 1569. 2., per cui dividendosi piedi cubici 433. $\frac{1}{2}$, trovasi l'area della vena di pollici superficiali 3. 3. 9. 5., mentre l'apertura era di pollici superficiali sei. Dunque qui pure si fece la contrazione della vena, ed anche un poco maggiore, che nelle semplici lastre, perchè, se si faccia come 18. all' 11., così pollici superficiali sei ad un quarto, trovansi pollici 3. linee 8.

100 La difficoltà di scoprire la legge delle celerità nell' acque correnti ha indotto gli Autori a diverse ipotesi. La prima si è del Castelli, seguitata dal Barattieri, Montanari, Cassini ec., in cui pongonsi le celerità proporzionali alle altezze vive. La seconda del Torricelli, Guglielmini, Newton, Varignon, Ermanno ec., in cui le celerità pongonsi nella ragione dimezzata delle altezze, o sia delle cadute prese dal principio dell'alveo, o dicasi dalla quiete; quella facilmente si dimostra generalmente falsa; ma in certe circostanze può avvicinarsi al vero; questa è più conforme alla ragione, ed alle sperienze; se non che le sperienze non sempre concordano colla teorica; ma ce la mostrano solamente vicina. In avvenire però son persuaso, che più non se ne dubiterà; e mi lusingo, che verrà anche posta in chiaro dalle cose, che ci rimangono a dire, la maniera di applicarla all' acque correnti. Pochi anni sono uscì in pubblico un libretto delle Sperienze del Signor Gennetè, colle quali pretende dimostrare, che le velocità sono proporzionali alle quantità: di modo che in un medesimo canale, o in canali uguali in tutto scorrer possa una doppia, tripla, quadrupla ec. quantità di acqua, senza alzarsi notabilmente di superficie; ma solamente si duplichi, triplichi, quadruplichi ec. la primiera ve-

locità. Questa ipotesi ha pur anco trovato seguaci, quantunque generalmente falsa. Con ciò però non intendo di negare esse Sperienze, essendo cosa notoria, che ne' canali per lungo tratto sensibilmente orizzontali, come sono per lo più i gran fiumi verso le loro foci, le acque sono pressochè stagnanti, e di livello colla superficie de' recipienti; onde lo dividersi, o il riunirsi delle loro parti certamente non le fa alzare, o abbassare di pelo; ma quindi non può inferirsi, che una doppia, tripla quantità d'acqua corrente non debba fare alzamento notabile, come insegna la buona Teorica, e lo dimostrano le seguenti Sperienze.

Sperienza della variazione delle altezze vive nelle diverse quantità d'acqua decorrente per un medesimo canale.

101 A' 5. Ottobre 1764. si aprì la luce quadrata di un pollice dell' infimo piano sotto ad un'altezza costante di piedi 21. 9. 7.; lasciossi per lungo tempo sgorgare l'acqua nella Vasca superiore, da cui incamminossi verso l'inferiore pel canaletto quarto, lungo tese 42. con sei svolte, colla lunghezza, e declività d'ogni suo ramo espresse al num. 4. Si elesse una sezione nell'ultimo ramo orizzontale, lontana dallo sbocco nove piedi, in cui si osservò l'altezza viva della corrente di pollici 1. 10. In secondo luogo aprendosi la luce quadrata di due pollici del medesimo infimo piano, uscinne l'acqua sotto una costante altezza di piedi 21. 9. 6.; decorrendo come sopra l'acqua per lo stesso canaletto, si osservò l'altezza di pollici 3. linee 9.

3.° Aprendosi poscia il foro quadrato di tre pollici del medesimo piano, sotto ad un'altezza costante di piedi 21. 8. 6., l'altezza della corrente nella medesima sezione si trovò di pollici 5. linee 9.

4.° Finalmente aggiunto al medesimo foro l'imbuto cicloidale, ed avendosi l'altezza costante sopra esso di piedi

21. 6. 2., l'acqua decorrente fece nella ſezione medeſima un'altezza di pollici 7. linee 9. in circa. Quanto alle linee, che qui ſi aggiungono ai pollici interi, diciamo in circa: perchè l'acqua ſgorgata dai fori cadendo nella Vaſca aggiravaſi in eſſa con un continuo vortice, e quando la teſta, o groſſo del vortice inveſtiva l'imbocco del canaletto, vi entrava molto maggior quantità d'acqua, ed in minore, quando ne era più lontano: quindi le altezze vive nella ſezione oſſervata facevanſi maggiori nel primo caſo, e minori nel ſecondo; perciò col comune giudizio degli Aſtanti ſi fiſſarono le ſoprannotate altezze, come quelle, che duravano più lungamente tra le maſſime, e le minime.

Calcolandoſi le quantità effettive pel foro quadrato di un pollice, dove la celerità è di piedi 36. 2. 0., la ſua vena eſſendo di pollici quadrati 0. 7. 6. 4., trovanſi piedi cubici 0. 1. 10. 8. 3. 8. per ogni minuto ſecondo.

Pel foro quadrato di due pollici, la celerità è di piedi 36. 1. 10., la ſua vena di pollici quadrati 2. 6. 10., onde riſultano piedi cubici 0. 7. 8. 10. 5. per ogni minuto ſecondo.

Pel foro quadrato di tre pollici, la celerità è di piedi 36. 1. 1., la ſua vena di pollici quadrati 5. 6. 4., onde riſultano piedi cubici 1. 4. 7. 6. per ſecondo.

Pel medeſimo foro armato d' imbuto cicloidale, la celerità è di piedi 35. 11. 3., la vena di pollici quadrati 8. 5. 10.; onde riſultano piedi cubici 2. 1. 5. 6. per minuto ſecondo. Dunque paſſando per la medeſima ſezione

Piedi cub. . . hanno fatte le Altezze vive di	Pollici
0. 1. 10. 8. 4.	1. 10. 0.
0. 7. 8. 10. 5.	3. 9. 0.
1. 4. 7. 6.	5. 9. 0.
2. 1. 5. 6.	7. 9. 0.

Qui non occorrendo dubbio alcuno circa le quantità, ma tutto al più lo sbaglio di qualche linea nella eſtimazione

delle altezze vive, resta ad evidenza provato, che una quantità maggiore fa ancora maggiore l'altezza viva nella medesima sezione.

Questa Sperienza essendo per gli accennati motivi di qualche importanza, si volle replicare, variandone una circostanza, che ne diede poscia occasione di fare altri riflessi.

La nuova circostanza consiste in questo, che nella precedente Sperienza trovandosi la sezione osservata distante solamente per nove piedi dallo sbocco del canaletto, la vicinanza dello scarico ne diminuiva certamente qualche poco le altezze vive nella sezione; onde si pensò d'impedire codesta diminuzione di altezza, chiudendo l'apertura dello scaricatore della Vasca con un asse alto due piedi, cioè tanto quanto lo è la soglia dello sbocco del canaletto sopra il fondo della Vasca, di modo che riempita fino a questo segno, l'acqua sopravvegnente si scaricasse per disopra all'asse. Con ciò la superficie della corrente nel canaletto non potea più cotanto inclinarsi, dovendosi spianare sopra la superficie dell'acqua nella Vasca, che è di tese quadrate 9., e con ciò allungare la sua cadente.

Altra Sperienza della variazione delle altezze vive, prodotte da quantità diverse d'acqua corrente.

102 A' 9. Ottobre pel foro quadrato di un pollice dell'infimo piano sotto una costante altezza di piedi 22., e lasciata prima per lungo tempo decorrere l'acqua pel suddetto canale, si notò l'altezza di pollici due.

2.° Aperto ivi il foro quadrato di due pollici sotto una costante altezza di piedi 21. 11., si osservò l'altezza di pollici quattro.

3.° Aperto il foro quadrato di tre pollici sotto l'altezza costante di piedi 21. 9., si trovò l'altezza della corrente di pollici 6. 9.

4.° Finalmente aggiunto allo stesso foro il suo imbuto cicloidale sotto la costante altezza di piedi 21. 7. 9., l'altezza

della fezione fi trovò di pollici 8. 9. Calcolate come fopra le quantità decorrenti in ogni minuto fecondo, trovafi, che paffando per la medefima fezione

Piedi cubici d' acqua	facevano l' altezza di Pollici, e linee
0. 1. 10. 10. 8.	2. 0. 0.
0. 7. 9. 2.	4. 0. 0.
1. 4. 7. 8.	6. 9. 0.
2. 1. 6. 10.	8. 9. 0.

Le due prime quantità effendo minori; e dell' acqua della Vafca, oltre a quella, che fcaricavafi fopra dell' affe, fcappandone fempre qualche poco per gl' interftizj tra l' affe, e le fpallette della bocca dello fcaricatore, non foffrivano nel canaletto fenfibile ringurgito; e perciò le loro altezze differifcono per poco dalle due prime della precedente Sperienza. Non così le due ultime maggiori, che maggior alzamento facevano nella Vafca, e con ciò un oftacolo al libero fcarico del canaletto; onde ne feguono le notabili differenze tra le due ultime di quefta, e le due ultime della precedente.

Ambidue quefti Sperimenti provano quanto fia lontana dal vero l' ipotefi delle celerità proporzionali alle quantità; e meglio lo provano altre Sperienze fatte più in grande, e con maggior efattezza, che fi troveranno al fine del Cap. III. di quefta feconda Parte, ed infieme ne danno luogo a diverfe offervazioni.

1.ª Confiderate per una parte le dimenfioni, e declività d' ogni ramo di quefto canaletto, lungo in tutto tefe 42., colla totale declività di piedi 14. con fei fvolte ad angolo retto, e dove il penultimo ramo ha un folo pollice di declività, e l' ultimo è affatto orizzontale; e per altra parte confiderate le quantità effettive, che in ogni fecondo paffavano per l' offervata fezione, fi troverà di quanto la velocità effettiva fia minore di quella, che compete alla difcefa di 14. piedi; e quindi quanto fia l' effetto delle refiftenze del fondo, delle fponde, e delle fvolte infieme: per efem-

pio, la seconda altezza nel secondo Sperimento è di quattro pollici, il canaletto essendo largo un piede, l'area della sezione è di pollici superficiali 4., o dicasi di pollici quadrati 48.; la quantità, che per essa passava in ogni minuto secondo, era di piedi cubici 0. 7. 9. 2. che divisi per l'area di pollici superficiali 4. danno la celerità effettiva per ogni minuto secondo di piedi 1. 11. 3. 6., mentre la competente ad una discesa di 14. piedi è poco meno di piedi 29. Dunque la differenza di piedi 27. 0. 8. 6. per minuto secondo di celerità perduta, è l'effetto della somma di tutte le dette resistenze.

2.ª In ambidue gli Sperimenti le seconde quantità sono poco più del quadruplo delle prime, e le loro altezze sono assai prossime al doppio delle prime; le terze quantità sono poco più del nonuplo delle prime, e le loro altezze sono assai prossime al triplo delle prime; ma le quarte quantità essendo poco meno di 14. volte maggiori delle prime, le loro altezze sono maggiori del quadruplo delle prime. Non ostante, che le dette altezze possano essere maggiori, o minori per qualche linea delle giuste, non tralasciano le tre prime altezze di darci le quantità prossimamente proporzionali ai loro quadrati, onde convengano queste colle Sperienze del Castelli, del Barattieri, e di coloro, che vogliono le celerità proporzionali alle altezze vive, o sia le quantità come i quadrati delle medesime altezze.

103 Il consentimento però di somiglianti Sperienze, o l'autorità rispettabile dei lodati Scrittori non può in verun modo avvalorare, non che stabilire un ipotesi contraddetta dalla ragione, e da una infinità, dirò così, di altre Sperienze, che ne stabiliscono un'altra alla ragione più conforme, massimamente potendosi dimostrare, ch'essa ipotesi generalmente falsa, può in certi casi sensibilmente accostarsi alla vera, e che la vera può nelle varie circostanze parere falsa: siccome succede in codeste Sperienze.

Secondo la natural legge di acceleramento, se un'altezza qualunque di pressione, o discesa si dica $= x$, la corrispon-

dente celerità è come $\sqrt{x}$; e se in un canale regolare, ed orizzontale l'altezza viva dell'acqua dicasi anche x, il complesso delle celerità sarà come $x\sqrt{x}$, e posta la larghezza uniforme $= 1$; $x\sqrt{x}$ ne rappresenterà la quantità decorrente, che dicasi $= q$; onde si faccia $x\sqrt{x} = q$, ed $x^3 = q^2$, ed anche $x = \sqrt[3]{q^2}$. Ora, se le resistenze si facessero nella stessa maniera risentire per tutta l'altezza viva della corrente, allora la quantità q non potrebbe fluire sotto la naturale sua altezza x, posta invariabile la larghezza; perchè o dovrà diminuirsi la quantità q, o accrescersi la sua altezza x; ma le resistenze nate dallo stropicciamento, come si osservò al num. 94., sono proporzionali alle celerità del medesimo mobile, e però anch'esse saranno come $\sqrt{x}$; quindi la quantità q o dovrebbe diminuirsi nella ragione di esse resistenze, il che non può essere nel supposto di una corrente costante; oppure la sua altezza dovrà accrescersi nella ragione delle resistenze medesime, e farsi $= x\sqrt{x}$; e perciò $q = x\sqrt{x}\sqrt{x} = x^2$; cioè le quantità come i quadrati delle altezze vive, siccome con il Castelli vogliono altri, e pare confermato dalle riferite Sperienze; ma per altra parte, quanto maggiore è l'altezza viva, sebbene facciasi anche maggiore la celerità, e quindi la resistenza ancora; questa però non si accresce nella medesima proporzione, ma si fa rispettivamente minore quanto maggiore è il corpo della corrente: avendo allora questo forza, o momento maggiore: dimodochè dicendosi z l'altezza viva, x l'altezza della caduta; e perciò $\sqrt{x}$ la sua corrispondente celerità, $z\sqrt{x}$ esprimerà la forza, o quantità di moto; ma $\sqrt{x}$ esponendo tanto la celerità, quanto la resistenza, farassi la forza alla resistenza, come $z\sqrt{x}$ a $\sqrt{x}$, cioè come z all'1, non già come z^2 all'1, come richiederebbe l'ipotesi del Castelli. Onde si fa palese, quando, e come possa essa ipotesi avvicinarsi alla vera, e naturale, quantunque sia generalmente falsa; siccome la dimostrano le terze, e quarte quantità nei due riferiti Sperimenti, nei quali esse quantità più non si avvicinano ad essere come i quadrati delle loro altezze vive.

3.° Voglisi ora ritrovare l'altezza, che naturalmente avrebbe dovuto avere nella sezione mentovata alcuna delle quantità effettive per essa decorrenti; per esempio la quantità terza della prima Sperienza di piedi cubici 1. 4. 7. 6.

Ne' canali orizzontali, siccome lo è il fondo dell' ultimo ramo del nostro canaletto, la celerità media corrisponde ai quattro noni dell'altezza viva, dunque dicendosi questa $= x$, la celerità media sarà come $\frac{2}{3} \sqrt{x}$, e la somma delle celerità come $\frac{2}{3} x \sqrt{x} = \sqrt{\frac{4x^3}{9}}$. Ponendosi pied. cub. $\frac{1.\ 4.\ 7.\ 6.}{1} = q$, sarà $\sqrt{\frac{4x}{9}} = q$, ed $x^3 = \frac{9q^2}{4}$; ma perchè q è quantità effettiva, e $\sqrt{x}$ è solamente una celerità relativa, per renderla effettiva conviene pigliare $\sqrt{px}$, cioè introdurvi il parametro p della parabola, che è la scala delle celerità effettive; onde si farà $x^3 = \frac{9q^2}{4p}$, ed $x = \sqrt[3]{\frac{9q}{4p}}$, e posto $p = 60.$ piedi, trovasi x poco più di cinque pollici, mentre la Sperienza ne la dà di pollici 5. 9.

Nella stessa maniera trovasi l'altezza di pollici 6. 6. circa per la quarta quantità di piedi cubici 2. 1. 6., mentre si è trovata nella Sperienza di pollici 7. 9.

Onde apparisce, che non solamente viene ivi affatto distrutta dalle resistenze la celerità competente alla discesa di piedi 14.; ma che l' acqua nemmeno ivi scorre colla celerità competente alla sua propria altezza viva, non ostante, che nella prima Sperienza non risenta ringurgito, che anzi venga sollecitata dal vicino libero sbocco. Dunque ne' canali regolari di fondo orizzontale movesi l'acqua con una celerità media notabilmente minore di quella, che converrebbe alla sua altezza viva; il che ad altra cagione non può attribuirsi, fuorchè alle resistenze del fondo, e delle sponde.

4.° Il secondo de' suddetti Sperimenti ne diede occasione di osservare la forza, o pressione laterale dell'acqua: poichè stando nella Vasca inferiore all' altezza di due piedi, rattenuta dal sopraddetto asse, che ne chiudeva lo scaricatore, volendosi

volendosi in fine votare la Vasca: tentarono più persone anche robuste l'una dopo l'altra di alzare detto asse semplicemente applicato alla bocca dello scaricatore, di modo che tra gl' interstizj vi passava ancora qualche poco d'acqua; ma furono inutili gli sforzi loro: bensì, chiusa colla propria portina detta bocca, dopo poco tempo in cui l' acqua trapelata dietro al medesimo, e ritenuta dalla portina giunse ad una cert'altezza da se stesso balzò fuori l' asse, e venne a gala. Aperta poscia la portina dello scaricatore mentre uscivane l' acqua, questa da ambidue i lati visibilmente ristrignevasi, formando ivi due spazj vacui, quali sparivano or l' uno, or l' altro, e tutti e due ancora, quando dall' uno, o dall' altro, o da tutti e due i lati applicavasi qualche corpo, ed eziandio le mani contro gli spigoli delle spallette di uscita. Venendo con ciò in buona parte impediti i moti laterali, e prevalendo i diretti. Onde si rese palpabile quanto si disse nella prima Parte circa la principale cagione della contrazione della vena nell' acqua uscente per qualche apertura.

Sperienze del peso dell' acqua.

104 A Molti usi, e specialmente al movimento delle macchine essendo necessaria la cognizione del peso dell'acqua, perciò sonosi in più luoghi fatte varie sperienze; dalle quali risulta, che un piede cubico d'acqua pesa libbre 69. $\frac{1}{3}$ circa, misura, e peso di Parigi; e comunemente si computa di libbre 70., non tenendosi conto delle variazioni della gravità specifica in acque diverse, nè di una medesima acqua in diverse stagioni. Supposte queste sperienze, è facile il trovare il peso di un piede cubico di altra sorta, soltanto, che nota sia la ragione fra il piede di Parigi, e quello a cui si vuole fare la riduzione, e nota ancora sia la ragione dei pesi.

Così sapendosi per esempio, che il piede di Parigi al piede liprando di Torino è assai prossimamente come 12. al 19., e che la libbra di Parigi è sedici once, delle quali

dodici fanno la libbra di Torino, e però quella a queſta ſta come 4. al 3.

Ma volendo indipendentemente dalle altrui ſperienze, e ſenza abbiſognare di riduzione, conoſcere eſſo peſo: agli 11. Luglio 1764. ſi preparò un vaſo paralellepipedo di ottone, che ha la ſua baſe interna quadrata di ſei once del noſtro piede, le ſue interiori pareti ſono diviſe ſecondo l'altezza da oncia in oncia con linee paralelle al fondo. Si riempì codeſto vaſo di limpidiſſima acqua corrente ſino all' altezza di ſei once, ed il total peſo del vaſo con l'acqua ſi trovò delle noſtre libbre 65., once 4., ed ottavi 6. Il peſo del ſemplice vaſo è di libbre 20., once 5., ottavi 7., e denari 2., che ſottratto da libbre 65., once 4., ottavi 6., ne dà il peſo netto dell' acqua di libbre 44., once 10., ottavi 6., den. 1., ed eſſendo queſto corpo di acqua l' ottava parte del piede cubico, dunque il peſo del piede liprando cubico è di libbre Torineſi 359. 2. 2. 2.

Riempiuto poſcia nella medeſima maniera il vaſo con acqua del pozzo, ne riſultò il peſo del piede cubico di libbre 360., once 7., ottavi 2., e denari 2.; dal che ne ſegue, che per uſo comodo ſi può in pratica computare il peſo di un piede liprando cubico di acqua di libbre 360.

Computandoſi la noſtra brenta di once cubiche 628., il comun peſo di una brenta di acqua ſarà di libbre 130., once 10., o dicaſi libbre 131., o rubbi 5., e libbre 6.; l'oncia cubica peſerà once 2., ottavi 4., cioè once 2. $\frac{1}{2}$, o grani 1440.

Il piede cilindrico peſerà libbre 282. $\frac{6}{7}$; e l' oncia cilindrica peſerà grani 1131. $\frac{3}{7}$.

A' 23. Agoſto 1764. ſi fece un' altra ſperienza con un globetto voto di ottone, che apreſi in due parti uguali, e chiudeſi a vite, di ſorta che per la commeſſura trapelare non può nè aria, nè acqua, qual globetto ſerve ad uſo del quadrante. Eſſo però non è perfettamente sferico, ma il ſuo maſſimo diametro è di linee 24 $\frac{1}{2}$, il minimo di 24., il ſuo peſo trovato con ſquiſita bilancia è di grani 1306. Inchiuſo-

vi poi minutiſſimo piombo peſante grani 339., divenne il totale di lui peſo di grani 1645., e con ciò della gravità ſpecifica dell' acqua, poichè in eſſa immerſo a qualunque profondità ſtavaſene ivi quaſi immobile. Calcolata la di lui ſolidità trovoſſi di pollici cubici 4. $\frac{1}{2}$, compreſo il picciuolo, a cui attaccaſi il filo per ſoſpenderlo nel quadrante. Quindi a proporzione di queſti pollici 4. $\frac{1}{2}$ peſanti grani 1645., il piede cubico di Parigi di pollici 1728. peſerebbe libbre 68, once 8. $\frac{2}{3}$ col piccolo divario di una libbra da libbre 69. $\frac{1}{2}$.

Peſato poſcia nell' acqua lo ſteſſo globetto, ridotto con altro piombo inchiuſovi al triplo peſo ſuddetto, cioè al peſo di grani 4935., ſi trovò ſolamente di grani 3293., che ſottratti da 4935. danno un reſiduo di grani 1642.; avrebbeſi dovuto trovare grani 1645.; ma non ſi ſtimò neceſſario l' andar più oltre con eſſa ſperienza, avendoſi quanto baſta per l' uſo, che intendeſi di farne. Il piede cubico di Parigi peſando libbre 69. $\frac{1}{2}$ pure di Parigi, il pollice cubico peſerà grani 373.; il piede cilindrico libbre 55.; ed il pollice cilindrico grani 293.

CAP. II.

Del ritrovare praticamente le celerità dell' acque correnti.

LA difficoltà di ricavare dalla teorica regole ſicure, e generali per trovare in ogni caſo le velocità dell' acque correnti, e per altra parte la neceſſità di conoſcerle, a fine di poterne determinare le quantità, hanno dato motivo ai Matematici di eſcogitare varj ſtrumenti, con i quali poteſſero venirne a capo. Di queſti ora brevemente ragioneremo, aggiugnendovi le noſtre ſperienze, ed oſſervazioni.

Del Galleggiante.

105 È Cosa nota, che il galleggiante deve essere di una gravità specifica di poco minore, che l' acqua, acciocchè per picciola sua parte rimanga scoperto, poco risenta le resistenze dell' aria, e meglio assecondi il movimento della corrente. L' uso consiste nell' osservare diligentemente quanto tempo esso impieghi nel percorrere un noto spazio. Questo spazio vuole il Desaguliers, che non sia troppo lungo, acciò il galleggiante non soggiaccia ad accidenti, che alterar possono l' osservazione: essendo cosa rara, che in lungo tratto non trovinsi irregolarità di movimento da varie cause prodotte. Fatta con questa, ed altre tali cautele l' operazione, si conosce la velocità dell' acqua nel tratto dal galleggiante percorso, cioè che in un dato tempo di un minuto primo, o secondo di ora si percorre dall' acqua un certo numero di piedi, once ec.; ma volendosi conoscere, se il movimento della superficie corrente corrisponda alla sua declività, converrà, che l' intervallo percorso dal galleggiante sia di tanta lunghezza, che colla livellazione si possa ben discernere la declività; perilchè dovrà farsi l' osservazione dove il corso dell'acqua è più diritto, e regolare, e che il galleggiante non devii dal filone della corrente.

SPERIENZA.

IN tal maniera a' 10. Settembre 1765. essendosi misurate tese 156. lungo al canale de'mulini rimpetto al sito delle Sperienze, dove trovasi bastantemente diritto, con una palla di frassino prima ben imbevuta di acqua, il cui diametro è di pollici 2., linee 10. $\frac{1}{2}$, si trovò in una prima osservazione percorrersi dall'acqua esso spazio nel tempo di minuti primi 4. 53″; in un'altra in minuti primi 4. 51″; ed in una terza, e quarta osservazione in minuti primi 4. 49″. Quindi avrebbesi una celerità di piedi 3. 2. 8. per minuto secondo, che corrisponde ad una discesa di pollici 2. Colla livellazio-

ne la declività della superficie per la detta distanza di tese 156. trovossi pollici 1., e linee 9., dove il difetto di tre linee può attribuirsi alla livellazione fatta coll' ordinario livello ad acqua, o più verisimilmente, perchè la celerità di piedi 3. 2. 8. deve attribuirsi al centro d' impressione dell' acqua nella palla, e non alla semplice superficie corrente: esso centro trovandosi nel segmento immerso della palla, è certamente per qualche linea sotto ad essa superficie.

In tanto nei canali diritti, e regolari, che hanno, come questo, poca declività, vedesi, che col galleggiante si può conoscere la declività, o dalla declività conosciuta della superficie trovarne la celerità, almeno prossimamente.

Della Ruota.

106 SI può conoscere la celerità verso la superficie di un'acqua corrente con una ruota a palmette, (*Tav.* 7. *fig.* 2.) che liberamente si aggiri sul suo asse, numerandone le rivoluzioni fatte in un dato tempo; ed avrassi sempre la ragione delle celerità in differenti luoghi di una medesima, o di diverse sezioni; e la velocità assoluta ne' canali sensibilmente inclinati, ne' quali l'acqua, che precede, non impedisce il libero girare della ruota: perchè essendo noto il diametro, e quindi la circonferenza della ruota, noto il numero delle rivoluzioni fattesi in un tempo anche noto, facilmente trovasi lo spazio, che da un corpo percorrerebbesi in un minuto primo, o secondo di ora con quella velocità, con cui la ruota si aggira, dove possa supporsi il suo moto uguale a quello dell' acqua.

La ruota delle nostre Sperienze è fatta di sottil lastra di ottone ad otto raggi, lunghi pollici 13., onde il diametro è di pollici 26., alla circonferenza si possono adattare 16. palmette lunghe pollici 2., larghe uno; quindi la circonferenza media, cioè quella, che passa per i centri delle palmette, si fa di pollici 88.

Alla circonferenza medesima in luogo delle sedici possono adattarsi altre palmette otto, lunghe pollici 5. $\frac{1}{2}$, secondo la regola del Signor Pitot, cioè tali, che quando una di esse è verticalmente immersa, la precedente sia per uscire dall' acqua, e la susseguente per entrarvi. Con queste palmette la circonferenza media si fa di pollici 99.

Il peso della ruota senza palmette è di libbre Torinesi 10., quello delle 16. palmette insieme è di libbre 1., once 1., ottavi 3., denari 2., e grani 12.; le 8. palmette più lunghe insieme pesano libbre 1., once 9., ottavi 5., e grani 4. Fornita colle sue palmette la ruota equilibrasi in ogni situazione verticale.

Per diminuire lo stropicciamento dell' asse, questo può farsi girare sopra due cilindretti anch'essi mobili sopra i loro assiciuoli; e per poterne numerare con sicurezza le rivoluzioni, e notarne ancora le parti nei moti più veloci, una delle stremità dell'asse porta un piccolo pignone, che incontrando una piccola ruota dentata le fa fare una rivoluzione, mentre che la grande ne fa dieci, e con un indice ne mostra sopra un circolo diviso in dieci parti uguali le rivoluzioni intere, e le decime parti di ciascuna.

Essa ruota vien sostenuta da un telaio, che si alza, e si abbassa a piacimento fra due incavi di un piede, che porta tutta la macchinetta. Questo piede è di rovere assai pesante, e che può rendersi più pesante quanto abbisogni. Con ciò la ruota si può adattare alla corrente in modo, che le sole palmette s' immergano, e che il tremore del telaio non ne alteri il movimento.

SPERIENZA.

A' 20. Agosto 1764. si adattò la ruota colle sedici palmette sul canale de' mulini, dove fece cento rivoluzioni nel tempo di cinque minuti primi; e perciò rivoluzioni 20. per ogni minuto primo, onde ne risulta una celerità di piedi 2. 5. 4. per minuto secondo. Surrogando le 8.

palmette lunghe in vece delle 16. corte, la ruota fece nello stesso luogo rivoluzioni 176. in 10. minuti primi; e perciò rivoluzioni 17. $\frac{3}{5}$ per ogni minuto primo, onde ne risulta una celerità di piedi 2. 5. 0. 4. per minuto secondo, alquanto minore della precedente; oppure, stando la circonferenza media nel primo caso alla media nel secondo, come 88. al 99., la celerità nel primo caso alla celerità nel secondo starà come 88. X 20. al 99. X 17. $\frac{3}{5}$, cioè come 160. al 158. $\frac{2}{5}$. Dunque nulla si guadagnò colle palmette alla norma del Signor Pitot, benchè approvata da' Signori De Belidor, e Desagulieres; anzi, perchè il maggior numero delle rivoluzioni è ciò, che per ordinario ricercasi nelle macchine dall' acqua animate, niun vantaggio in questa parte si ottiene colle palmette più lunghe nella detta maniera adattate. Il che in una particolare Dissertazione inserita nelle Memorie della Reale Accademia delle Scienze dell' anno 1750. dimostrò ancora il Sig. Petit-Vandin.

Altra Sperienza colla Ruota.

A' 25. Ottobre 1764. avendosi aperto il foro quadro di tre pollici del piano infimo della Torre sotto una costante altezza di piedi 21. 5. 7., lasciossi decorrere l' acqua lungo tempo pel canaletto cicloidale, vicino allo sbocco del quale notossi l'altezza della corrente di pollici 1. 10. 0. Ivi applicossi la ruota colle 16. palmette corte, quali però non poteano essere totalmente immerse per la poca altezza dell' acqua, e fece rivoluzioni 72. per ogni minuto primo.

La quantità effettivamente decorrente era di pollici cubici 2377. $\frac{1}{2}$ per ogni secondo, che divisi per l' area della sezione di pollici quadrati 22. danno la celerità effettiva di piedi 9. per minuto secondo.

Multiplicando rivoluzioni 72. per la circonferenza media di pollici 89. si hanno pollici lineari 6408., che divisi per 60. minuti secondi danno pollici 106. $\frac{4}{5}$, o dicasi piedi 8. pollici 10. $\frac{4}{5}$ assai vicina alla precedente di piedi 9. Il che

dimostra sufficientemente, che la ruota muovesi colla stessa velocità dell' acqua, quando l' acqua che precede non resiste al di lei moto; ed in oltre, quanto prestamente l'acqua cangi di velocità, mentre uscendo dalla Vasca per un canale lungo 10. piedi, largo uno, e declive per pollici 6., cade senza svolta nel cicloidale, che ha piedi 10. di discesa, e quindi senza verun ostacolo, o svolta alcuna, entra nel ramo diritto, dove trova ancora la declività di piedi 3. $\frac{2}{5}$. Ciò non ostante ess' acqua ha ivi una celerità, che compete ad una caduta di soli piedi 1. 4. 2. $\frac{2}{5}$, dovendo adattare il suo moto alla propria mole, alle disposizioni del canaletto, ed alla somma delle resistenze, che soffre nel suo corso.

Poichè, dove l' acqua scorre con poca celerità, come suol accadere negli alvei poco declivi, la ruota non gira colla velocità della stess' acqua, ma con minore: dovendo la palmetta, che precede sollevare una porzione di acqua, che le gravità sopra; onde si rallenta tutto il moto della ruota. Si cercò in quale inclinazione essa palmetta incontri la massima resistenza, e si trovò come segue.

107 Sia C il centro, CA il raggio, BCb la quarta parte di una ruota, AB la lunghezza di una palmetta, AH la superficie orizzontale della corrente, (*Tav.* 8. *fig.* 5.) a cui è paralella la CB; Ik il fondo del canale. Egli è chiaro, che allora la palmetta che precede, incontrerà la massima resistenza per parte dell' acqua, che le gravità sopra, e che da essa palmetta deve sollevarsi, quando il corpo di acqua rappresentato dal triangolo FGD massimamente opporrassi al di lei movimento; e che la forza massima esercitata dalla corrente nel far girare la ruota è quella, che direttamente urta nella palmetta verticale AB; ma questa va sempre diminuendosi, a misura che si allontana dalla situazione verticale AB, di modo che nella posizione del raggio CD, se la forza massima impellente si esponga colla lunghezza FD, la DG esporrà la forza residua, e la FG la forza perduta. Dunque allora avrassi la massima resistenza, quando l' area del triangolo FGD multiplicata nel lato FG farà un prodotto massimo. Dicasi

Dicasi $CA = a$, $CB = b$, e suppongasi, che nella posizione CD, o sia nell'angolo ACD si trovi la massima resistenza ricercata. Tirisi DE paralella alla verticale BC, e dicasi $CE = x$, $DE = z$. Per i triangoli simili CED, FGD sarà $DE : EC :: DG : GF$, cioè $z : x :: z - a : \frac{xz - xa}{z} = GF$. Quindi l'area del triangolo $DGF = \frac{\overline{z-a} \times \overline{z-a} \times x}{2z}$, questa multiplicata ancora per GF, o sia per $\frac{\overline{z-a} \times x}{z}$, dovrà fare il prodotto massimo $\frac{\overline{z-a}^3 \times x^2}{2z^2}$, la cui differenza $-\frac{2z\,dz \times \overline{z-a}^3 \times x^2 + z^2 \times 3\,\overline{z-a}^2 \times x^2\,dz}{z^4}$ $+ \frac{z^2 \times \overline{z-a}^3 \times 2\,x\,dx}{z^4} = 0$.

Dividendo per $\frac{\overline{z-a}^2 \times xz}{z^4}$. Sarà ancora $-2x \times \overline{z-a} \times dz + 3\,xz\,dz + 2z \times \overline{z-a} \times dx = 0$, cioè $\overline{2z^2 - 2az} \times dx = \overline{xz + 2ax} \times dz$; ma essendo $z = \sqrt{b^2 - x^2}$, e quindi $dz = -\frac{x\,dx}{\sqrt{b^2 - x^2}} = -\frac{x\,dx}{z}$, si farà $\overline{2z^2 - 2az} \times dx = \frac{-x^2 z - 2ax^2 \times dx}{z}$, e dividendo ancora per $\frac{dx}{z}$, sarà $2z^3 - 2az^2 = \overline{z + 2a} \times -x^2$; ma $-x^2 = -b^2 + z^2$; dunque $2z^3 - 2az^2 = \overline{z+2a} \times \overline{-b^2 + z^2}$, $= -b^2 z - 2ab^2 + z^3 + 2az^2$; e finalmente si avrà l'equazione $z^3 - 4az^2 + b^2 z + 2ab^2 = 0$, algebraicamente riducibile, ogniqualvolta sarà $b^2 > \frac{16a^2}{3}$: perchè allora avrà una sola radice reale. Determinata la z, è pure determinata la x, poichè $z^2 = b^2 - x^2$; e perciò determinata la CE, e quindi noto l'angolo $CDE = BCD$.

La palmetta susseguente AB togliendo tutta, o la maggior parte della forza impellente contro la palmetta in FD, in tal caso la massima resistenza dipenderebbe solamente dalla

maſſima grandezza del triangolo *FGD*; e quindi l'equazione ſarebbeſi $z^3 \frac{-b^2z-ab^2}{2} = 0$, anche riducibile algebraicamente, ogniqualvolta ſarà b uguale, oppure maggiore di $a \sqrt{13} \cdot \frac{1}{2}$.

Del tubo ricurvo di Mr. Pitot.

108 TRa gli ſtrumenti finora inventati per eſplorare le velocità dell'acqua corrente, (*Tav. 6. fig.* 1.) non evvi certamente il più ſemplice, e comodo; ma l' inventore non produce, che pochi ſperimenti da ſe fatti ſulla Senna, e ſoſpetti al Zendrini. Il Belidor ſi contenta di commendarlo, e dirci, che ci ha trovato il ſuo conto ſenza produrne verun proprio ſperimento. Il Zendrini ne avea dato ſperanza di farne, ma ella ſvanì per di lui morte. Altri ci trovano aſſai incertezze. Il P. Lecchi ne rileva da vicino le difficoltà, ma non le ſcioglie per mancanza di ſperienze. In ſoſtanza s' ignora ancora, o molto ſi dubita del vero uſo di codeſto ſtrumento.

Premettiamone pertanto i fondamenti teorici, quali verranno poſcia dalle ſperienze confermati; e quindi rimarrà ſciolta ogni difficoltà, e tolta ogni incertezza circa l'uſo di eſſo ſtrumento.

E' coſa certiſſima, e notoria, che nei tubi comunicanti ſi equilibrano i fluidi, e ſalgono dalle due bande alla medeſima orizzontale, qualunque ſiaſi il diametro, o la figura dei tubi, o comunque queſti vengano piegati, od incurvati; nè ſi fa alzamento, o abbaſſamento ſtabile nell' uno, che l' uguale non ſi faccia nell' altro. Ciò poſto: ſe in un'acqua ſtagnante s' immerga un tubo di qualunque diametro, e comunque piegato, ed incurvato, l'acqua in eſſo ſale alla medeſima orizzontale, che l' acqua eſterna, di ciò non ſi dubita. Ora dimando coſa richiedeſi per far alzare, o abbaſſare l' acqua nel tubo per una certa altezza? Si riſponde: un uguale alzamento, o abbaſſamento nell' acqua eſterna. Ma in luogo di aggiugnere, o levare acqua eſternamente,

non potrebbesi ottenere lo stesso effetto in altra maniera? Sì, perchè all'alzamento può supplire un'altra uguale pressione similmente applicata, ed all' abbassamento può supplire la diminuzione della primiera pressione. Proseguo la dimanda: la forza, o momento di un corpo non può accrescersi, o diminuirsi senza aggiugnervi, o levarvi materia? sì coll' accrescerne ancora, o diminuirne il movimento, se ne abbia, e se non ne abbia, se gli accrescerà imprimendogli qualche moto; ma se non abbia moto alcuno, non altrimente potrà diminuirsene il momento, che con diminuirne la massa. Dunque, quando nel tubo Pitot l' acqua s' innalza sopra la superficie dell' esteriore, l' alzamento è cagionato dal moto stesso dell'acqua; dunque un tal moto equivale ad un altrettanto alzamento dell' acqua esterna; e quindi l'alzamento nel tubo non potrà essere alterato dalla diversa figura, grandezza, o piegatura del tubo, quando l' acqua ne lo investe con tutta la sua forza. Dunque il maggior alzamento dell' acqua nel tubo Pitot sopra la superficie esteriore è l' effetto di una forza dell' acqua esterna equivalente ad una pressione, che farebbe nel tubo lo stesso alzamento; ma la pressione, che farebbe lo stesso alzamento nel tubo, è un uguale alzamento nell' acqua esterna; ed un alzamento, o pressione tale nei fluidi equivale ad altrettanta loro caduta, o discesa, come si dimostrò al n. 65. parte prima. Dunque il maggior alzamento dell' acqua nel tubo Pitot è precisamente uguale alla caduta, o discesa, che produce il moto dell' acqua esterna; quale caduta, o discesa è appunto quello, che si cerca, per indi trovarne la celerità.

Se la cosa è così: dunque, dove l' acqua scorrerà senza irregolarità di moto, a qualunque profondità s' immerga il tubo Pitot, non dovrà farsi in esso maggiore, o minore alzamento; invariabile dovendo essere il vertice della parabola, che è la scala delle velocità nella verticale di una medesima sezione? Così è appunto, e lo confermano le sperienze. Ma si veggono alterazioni nel detto alzamento, cioè pressochè continui ondeggiamenti, o vibrazioni nel tubo?

Questo ne mostra la perfezione dello strumento, non che esserne un difetto; mentre ne indica fedelmente i movimenti tutti, che si fanno nell' acqua, in cui è immerso; e dove esso movimento è stabile, ed uniforme, stabile, e costante rimanesi l' alzamento nel tubo, ma variabile, ed incostante, dove tale si è pure il movimento dell'acqua.

Talmentechè un maggior, o un minor alzamento dell' acqua nel tubo sia un indizio di una maggiore, o minore celerità nel sito, dove sta immerso; e quindi di una qualche cagione particolare dell' acceleramento, o del ritardamento medesimo.

Quello, che devesi ben avvertire nell' uso di questo strumento, si è, che venga immobilmente collocato verticale, e ben diretto verso la corrente, sicchè tutto ne riceva l'empito; e perchè il movimento dell'acqua più regolare soggiace nondimeno a momentanee alterazioni, vi vuole pazienza, e giudizio nel determinare la giusta misura dell' alzamento.

Poste queste cose: si fa evidente, che una, o due osservazioni ben fatte nel filone di una sezione, bastano a scoprirci la caduta, o discesa, di cui abbisogniamo, o dicasi, a darci il vertice della parabola, che è la scala delle velocità. E sebbene possa essere utile cosa l' esplorare le velocità nelle maggiori profondità, ciò difficilmente riuscirà a dovere per la ragione, che in breve addurremo. Finalmente da tutto ciò si raccoglie, che l'uso del tubo Pitot nella misura delle acque correnti equivale a quello del regolatore propostoci dal Guglielmini, e quindi doversi operare nella stessa maniera.

A fine di tener immobilmente lo strumento nella situazione verticale, (*Tav. 6. fig. 2.*) e nella conveniente direzione, lo facciamo passare tra due incavi fatti in due grosse traverse orizzontali di legno insieme unite con due colonnette verticali, fermate sopra le loro basi. Nei detti incavi si aggiusta, e si ferma lo strumento, medianti piccioli, e sottili conj di legno. I tubi di vetro hanno 5. in 6. linee

di diametro, acciò meglio osservare si possa l'alzamento dell' acqua nel tubo ricurvo sopra la superficie esteriore. Ambo i tubi, diritto, e ricurvo, sono per la mezza loro grossezza incassati in un prisma di legno, nel quale di quà, e di là dei tubi sono segnate le divisioni dell' altezze in piedi, pollici, e linee; onde sempre si faccia nota e la profondità dell' immersione, e l' altezza, a cui arriva l' alzamento dell' acqua nel tubo. Ma l' osservazione a notabile profondità in un' acqua corrente con qualche insigne velocità, difficilmente riuscirà a dovere: avendo noi più volte tentato di farne a quattro piedi, non ci è mai potuto riuscire, tanta era la violenza dell'acqua contro lo strumento, che non ostante la sodezza, e peso del suo piede, ed aggiunta ancora la forza delle braccia, ne veniva così combattuto, torto, ed agitato, che ivi non si potè mai tenere fermo tanto, quanto bisognava per una osservazione anche fatta in fretta, di modo che talvolta si ruppe per fino il tubo. Questa è la ragione poc'anzi accennata, per cui nelle maggiori profondità difficilmente riesce l' osservazione a dovere. Dal che comprendesi qual fondamento fare si debba sopra sperienze fatte in gran fiumi entro a battelli, o barche sempre ondeggianti: mentre le nostre faceansi sopra di un ponte a bella posta costrutto sopra il canale de' mulini.

Il Sig. Belidor, per agevolare l' introduzione dell' acqua nel tubo ricurvo, vorrebbe farne l' orifizio alquanto più dilatato a modo d' imbuto; il che non approvasi dal Zendrini. Veramente, se si considera l' effetto degl' imbuti nell' uscita dell' acqua dai fori, esso è assai considerabile; qui però nulla ha che fare, mentre l' alzamento dell' acqua nella parte verticale del tubo non dipende dalla quantità dell'acqua, nè dalla grandezza dell' orifizio, ma unicamente da una forza equivalente ad una pressione d' altrettanta maggiore altezza. Contuttociò, per togliere ogni dubbio, si facci l'imbuto uniforme al tubo, ed al medesimo si unisca con dolce curvatura.

SPERIENZA 1.ª

A' 22. Ottobre 1764. nel canale de' mulini immergendosi il tubo coll' imbuto alquanto dilatato, come lo vuole il Sig. Belidor, tre pollici sotto la superficie della corrente, il totale alzamento nel tubo giunse a pollici 4. $\frac{1}{2}$; immergendosi pollici 12., l'alzamento fu di pollici 13. $\frac{1}{2}$; ed immergendosi pollici 27., l' alzamento fu di pollici 28. $\frac{1}{2}$.

2.ª

Immergendosi poscia il tubo coll' imbuto uniforme due pollici sotto la superficie della corrente, il totale alzamento nel tubo fu di pollici 3. $\frac{1}{2}$; immergendosi pollici 8., l'alzamento fu di pollici 9. $\frac{1}{2}$; ed immergendosi pollici 18., l' alzamento fu di pollici 19. $\frac{1}{2}$.

Dunque con l' uno, e con l' altro di questi tubi si ebbe costantemente il maggior alzamento sopra la superficie esterna corrente di pollici 1. $\frac{1}{2}$: ma questa uniformità di alzamento non si osserva solamente nei medj sovra espressi; ma anche nei minimi, e nei massimi, sebbene non con altrettanta esattezza.

In fatti a'21. Agosto 1765. col tubo ad imbuto uniforme

alle immersioni di pollici	1, 4, 7, 10, 13, 16, 19,
corrisposero gli alzam.ti min.mi	$2\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, $9\frac{1}{2}$, $12\frac{1}{2}$, $15\frac{1}{2}$, $18\frac{1}{2}$, $21\frac{1}{2}$,
ed i massimi	$3\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{2}$, 11, 14, 17, 20, 23,
E col tubo ad imbuto dilatato alle immersioni di pollici	1, 4, 9, 16, 25,
corrisposero i minimi alzam.ti	$2\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$, 18, $26\frac{1}{2}$,
ed i massimi	$3\frac{1}{2}$, $6\frac{1}{2}$, 12, 19, $27\frac{1}{2}$,
Con altro tubo ad imbuto anche più dilatato, che nel precedente, alle immersioni di pollici	1, 4, 9, 16,
corrisposero i min.mi alzam.ti	2, $5\frac{1}{2}$, $10\frac{1}{2}$, $17\frac{1}{2}$,
ed i massimi di	$3\frac{1}{2}$, 7, 12, $19\frac{1}{2}$.

Osservossi in queste, ed in altre sperienze ancora, che dove succedono bilanciamenti nel tubo ricurvo, succedono ancora nel semplice, e diritto, non però con differenze sempre uguali, anzi talora succedono bilanciamenti maggiori nel diritto, che nel ricurvo. Il che ne fece pensare, potersi rendere più semplice la macchina, impiegandovi il solo tubo ricurvo: potendosi col livello, o in altra maniera meglio accertare il piano della superficie corrente; e quindi esattamente notarsi le profondità delle immersioni, e gli alzamenti sopra detta superficie.

3.ª

A' 6., ed a' 10. Settembre 1764. essendosi in parte chiuso coll' abbassamento della cateratta il canale conduttore: alzossi l' acqua contro la medesima all' altezza di pollici 18., rendendosi come stagnante la sua superficie; ed applicato il tubo al fondo dell' apertura lasciata sotto la cateratta, per cui passava l' acqua con molta forza, questa salì nel tubo, e si mantenne stabilmente all'altezza di pollici 18.

Lo stesso seguì alli 12. dello stesso mese, dove l' acqua si alzò a pollici 20. contro la cateratta, perchè ad altrettanti pollici montò l' acqua nel tubo applicato al fondo dell' apertura dietro ad essa cateratta.

Così ancora li 22. Agosto 1765. l' altezza dell' acqua ritenuta contro la cateratta essendo di pollici 24. $\frac{1}{2}$, altrettanto fu l' alzamento dell'acqua nel tubo dietro la cateratta applicato al fondo dell' apertura.

In questo medesimo tempo si fece ad altro proposito un' altra osservazione: cioè, mentre per l' apertura sotto la cateratta uscivane l' acqua con grandissima velocità: ad una distanza di tese 20. da essa cateratta, si collocò immobilmente un tubo, ed in esso facevasi l' alzamento di pollici 2. $\frac{1}{2}$. Alzata poi interamente la cateratta, e ripreso il naturale suo corso dalla corrente, l' alzamento nel tubo fu ancora lo stesso, cioè di pollici due, ed un mezzo. Anzi più volte si osservò, che la velocità forzata, dirò così, dell' acqua, che passa sotto la cateratta, non estendevasi oltre a

tese cinque circa, il che si appalesa dal contrasto fra l'acqua più celere susseguente, e la più tarda precedente, che a quella resiste, e le ringurgita sopra. Onde confermasi quanto altrove si disse: cioè, che le velocità accidentali nell' acqua corrente ben presto correggonsi, dovendo questa averla conveniente alla propria mole, ed alle condizioni dell' alveo, per cui scorre.

109 Da queste, e da molte altre sperienze, che per brevità qui non descriviamo; si raccoglie: 1.° Che il maggior alzamento dell' acqua nel tubo ricurvo è stabile, e costante, dove stabile, ed uniforme è il moto dell' acqua. 2.° Che esso maggior alzamento giugne precisamente a quella orizzontale, dove comincia farsi o la pressione, o la discesa. 3.° Che, dove non sianvi circostanze, o cagioni particolari, che ne alterino il moto naturale, gli alzamenti fatti nel tubo immerso a diverse profondità, ed in una medesima verticale, sono fra di loro uguali; e solo cominciano a farsi minori, dove l' acqua comincia risentirsi delle resistenze del fondo.

Qui scopresi essere ragionevole il dubbio del Zendrini circa le sperienze fatte dal Pitot nella Senna sotto il Ponte Reale: dove avendo questi osservato minori gli alzamenti nel suo tubo più profondamente immerso, credette, (e lo credono anche altri) che ivi la velocità fosse minore, che verso la superficie: mentre non ostante le diminuzioni dell' alzamento nel tubo, possono le celerità verso il fondo essere, anzi lo sono naturalmente maggiori, che verso la superficie: perchè le celerità non debbono misurarsi da esso alzamento solamente, ma dall'alzamento congiunto all' altezza viva della corrente libera: facendo esso alzamento le veci di un battente, appunto come fa l' acqua stagnante contro la cateratta sopra l' apertura lasciatavi sotto. Per altra parte poi spariscono le difficoltà, ed eccezioni dello stesso Zendrini, e degli altri in riguardo all' uso di questo strumento, e sarebbonsi da se medesimi disingannati, se ne avessero fatta sperienza. Quanto qui diciamo, apparirà più chiaramente ancora in altre sperienze

ſperienze fatte con altri metodi, anzi colle attuali, ed effettive miſure dell' acqua ſteſſa.

Qui poſſiamo ancora oſſervare la differenza delle celerità ritrovate colla ruota, e col tubo Pitot in un medeſimo ſito della corrente. Poichè a' 20. Agoſto 1764. la ruota colle 16. palmette corte, facendo 20. rivoluzioni per ogni minuto primo, ne dà una celerità di piedi 2. 5. 4. per ſecondo; mentre nello ſteſſo ſito ſi fece nel tubo Pitot un alzamento di pollici 1. $\frac{1}{2}$, eſſendo lo ſtrumento immerſo per un pollice ſotto la ſuperficie corrente, che aggiunto a pollici 1. $\frac{1}{2}$ fa l' altezza di pollici 2. $\frac{1}{2}$, a cui compete una celerità di piedi 3. $\frac{1}{2}$ per ogni ſecondo; onde ſiavi una differenza maggiore di un piede per minuto ſecondo.

Colla ruota poi ad otto palmette lunghe ne riſultò una celerità ancora minore, cioè di piedi 2. 5. 0.: mentre all' alzamento nel tubo di pollici 1. $\frac{1}{2}$, aggiungendo l' altezza di pollici 2. $\frac{1}{2}$ corriſpondente al centro della palmetta lunga pollici 5. $\frac{1}{2}$ ſi fa l' altezza di pollici 4. e più, a cui corriſponde una celerità di piedi 4. 5. per minuto ſecondo.

Del Regolatore.

110 NEl precedente Articolo avendo dimoſtrata la convenienza del tubo Pitot col regolatore: (*Tav.* 6. *fig.* 3.) alzandoſi l' acqua nel tubo al livello della ſuperficie ſtagnante dell' acqua ritenuta dalla cateratta, abbiamo detto, che l' uſo del tubo per miſurare le acque correnti era lo ſteſſo, che del regolatore propoſtoci dal Guglielmini nel ſuo lib. 4., qual è, che per trovare il compleſſo delle celerità nella perpendicolare di una medeſima ſezione col tubo conviene trovare il compleſſo delle celerità di tutta l' altezza compoſta dall' altezza viva della corrente, e dall' alzamento nel tubo; ſiccome col regolatore conviene trovare il compleſſo delle celerità di tutta l' altezza dal fondo fino alla ſuperficie dell' acqua ſtagnante contro la cateratta; col tubo dal compleſſo delle celerità della totale altezza deveſi levare il compleſſo

delle celerità, che compete all' altezza del solo maggior alzamento; siccome col regolatore dal complesso delle celerità di tutta l' altezza dell' acqua devesi sottrarre il complesso delle celerità competente al battente, o dicasi all' altezza della sola acqua ritenuta sopra l'apertura; nell' uno, e nell' altro modo il residuo sarà la somma delle celerità nella medesima perpendicolare della corrente libera. Quindi dividendosi questa somma per l' altezza viva della corrente libera, si avrà la sua media celerità, e dividendosi la somma medesima per l'altezza dell'apertura rimasta sotto la cateratta, si avrà la celerità media per essa apertura.

Tale si è l' uso del regolatore insegnatoci dal Guglielmini, esso però non riesce a dovere, se non si abbino le seguenti avvertenze: cioè, che l' acqua ritenuta dietro la cateratta si possa veramente considerare come stagnante, di modo che non si faccino bilanciamenti nella sua superficie; ed a notabile distanza dalla cateratta non sia sensibile il di lei moto progressivo; che più non varj, ma sia resa costante la sua altezza; e che l' acqua forzata a passare tutta sotto la cateratta spigner possa lungi da essa la precedente più lentamente mossa.

Codeste condizioni non sempre possono aversi, o perchè molta sia la celerità, o la quantità della corrente, e troppo basse le sponde; onde ne seguirebbe innondamento, se si volesse farla gonfiare, quanto abbisogna. In oltre bene spesso in vicinanza della cateratta l' acqua ritenuta più non s' innalza, nè si abbassa, ma continuamente bilanciandosi, si conserva quasi ad una medesima altezza; con tutto ciò essa non serve all' intento: imperciocchè ivi la pressione non è semplice, ma accompagnata da bilanciamenti, e soprassalti, i quali notabilmente variano l' effetto dell' accelerazione nell' acqua inferiore. In tanto però, ogniqualvolta la sezione della corrente libera viene diminuita coll' abbassamento della cateratta, e che l'acqua dietro essa ritenuta di più non s' innalza, ma conservasi ad una certa altezza, sarà bensì un indizio, che sotto la cateratta passa tutta intera la corrente; ma

non già, che la ſemplice preſſione ne produca tutta la celerità: poichè la ſemplice preſſione, e la libera caduta, o diſceſa, eſſendo cagioni equipollenti di acceleramento, la maggiore delle due prevalendo alla minore; ciò non impediſce, che inſieme concorrino ad un medeſimo effetto. Per il che, dicendoſi a l'altezza viva della ſezione libera, x l'altezza capace a produrne la ſua media celerità, ſaranne la portata come $a\sqrt{x}$; e dicendoſi b l'altezza rimaſta ſotto la cateratta, e y l'altezza capace a produrre la celerità media della ſezione diminuita, avraſſi $b^2 : a^2 :: x : y$, cioè $y = \frac{a^2 x}{b^2}$. Dunque quando la ſemplice preſſione, che ſi dica $= p$, ſarà la cagione dell'intera velocità dell'acqua ſotto la cateratta, dovrà eſſere $\frac{a^2 x}{b^2} = p$, ed $x = \frac{b^2 p}{a^2}$; cioè la caduta ſpettante alla ſezione libera deve eſſere uguale al quoziente, che trovaſi dividendo il prodotto del quadrato dell'altezza diminuita multiplicato nella preſſione pel quadrato dell'altezza intera della ſezione libera.

L'uſo del regolatore ne' grandi fiumi, e canali può dirſi impraticabile, ſebbene in certi caſi non manchino ripieghi, non eſſendo aſſolutamente neceſſario, che il regolatore conſti di una ſola bocca, e rettangolare; potendo conſtare di più bocche, e di figura diverſa, le quali debbono ſaperſi calcolare da uno Idrometra impegnato in cotal ſorta di miſure. Il più frequente uſo del regolatore occorre ne' canali manofatti regolari, o quaſi tali, nei quali trovanſi regolatori belli, e preparati; o che poco manca a compirli.

SPERIENZA 1.ª

A' 22. Agoſto 1765. preſa una ſezione arbitraria nel conduttore, dove l'altezza viva era di pollici 9. 6., l'alzamento nel tubo Pitot di pollici uno, linee nove. Abbaſſata la cateratta fino a che ſotto vi rimaneſſe dal fondo un'altezza di cinque pollici, l'acqua ritenuta gonfioſſi, e giunſe

a renderfi come ftagnante all' altezza di pollici 24. $\frac{1}{2}$ del fondo fino alla fua fuperficie, onde fi ebbe un battente di pollici 19. $\frac{1}{2}$. Calcolato il compleffo delle celerità relative mediante il tubo, fi trova di pollici 35. 4. 9.

E calcolato colla fteffa regola pel regolatore trovanfi pollici 35. 0. 1.

2.°

A' 15. Ottobre abbaffata la cateratta nel conduttore fino a che vi rimaneffe fotto un' altezza dal fondo di poll. 5. $\frac{1}{2}$, l' acqua ritenuta fi refe ftagnante all' altezza di pollici 24.; onde fi fece un battente di pollici 18. $\frac{1}{2}$; e quindi trovafi il compleffo delle celerità relative di pollici 38.

Abbaffata poi totalmente là cateratta per mandarne tutta l' acqua nella Torre, fi mifurò l' altezza dell' acqua verfo la metà dell' introduttore, che fi trovò di pollici 9., linee 3.; e nel tubo Pitot fi fece ivi un alzamento di pollici 2., linee 9. Calcolato anche ivi il compleffo delle celerità relative trovanfi di pollici 37.

Altre fperienze col regolatore, e col tubo riferiremo altrove; quefte per ora baftano a confermare quanto fi è detto circa la convenienza tra l' ufo del tubo Pitot, e del regolatore.

111 Al propofito dell' ufo del tubo, e del regolatore feguono due Problemi.

1.° Trovare fotto quale altezza dalla fuperficie orizzontale *AH* (*Tav.* 8. *fig.* 6.) dell' acqua debbafi collocare una data luce rettangolare, la cui larghezza $= f$, e l'altezza $= b$: affinchè nel dato tempo fcarichi una data quantità Q, prefcindendo però da ogni forta di refiftenza: dividafi la quantità data Q per l' area bf della luce data, il quoziente $\frac{Q}{bf}$ farà la celerità media, con cui deve ufcirne l' acqua. Quefta effendo conofciuta, facilmente trovafi l' altezza capace di produrla, cioè col dividere il quadrato di effa celerità pel parametro della parabola, che è la fcala delle celerità. Queft' altezza conofciuta dicafi $= a$, e nella figura venga rapprefentata

colla verticale AC, a cui come affe intendafi defcritta la parabola AEG, e farà l' ordinata CF come $\sqrt{a}$. L' altezza della luce data fia $BD = b$, la di cui porzione incognita CD dicafi $= x$. Sarà l' ordinata $DG = \sqrt{a+x}$, e l' area parabolica $ADG = \frac{2}{3}\,\overline{a+x}\sqrt{a+x}$, dalla quale fottraendo l' area $ACF = \frac{2a}{3}\sqrt{a}$, rimarrà l'area del trapezzo $CDGF = \frac{2}{3}\,\overline{a+x}\sqrt{a+x} - \frac{2a}{3}\sqrt{a}$. Ma la celerità media, o fia l' ordinata CF deve dividere per metà tutto il trapezzo $BDGE$, il quale è pur anche $= b\sqrt{a}$. Dunque farà $\frac{2}{3}\,\overline{a+x}\sqrt{a+x} - \frac{2}{3}\,a\sqrt{a} = \frac{1}{2}\,b\sqrt{a}$; e quindi multiplicando l' equazione per $\frac{3}{2}$, fi avrà $\overline{a+x}\sqrt{a+x} = \overline{a+\frac{3b}{4}}\sqrt{a}$; fatti i quadrati farà $a^3 + 3a^2x + 3ax^2 + x^3 = a^3 + \frac{9ab^2}{16} + \frac{3a^2b}{2}$, ed eftraendone la radice cubica; farà $a + x$, cioè tutta $AB, = \sqrt[3]{a^3 + \frac{9ab^2}{16} + \frac{3a^2b}{2}}$.

Se fi dimandaffe, di quanto debba alzarfi la fuperficie orizzontale dell' acqua, quando la fua libera fezione venga colla cateratta diminuita per alcuna nota fua parte; ma in modo però, che dopo l' abbaffamento della cateratta continui a fcaricarfi tutta la fteffa quantità Q per l' apertura lafciatavi fotto. In quefto cafo l' incognita dell' equazione farebbe la $a = AC$; e fe fi cercaffe, qual debba effere l'altezza da lafciarfi fotto la cateratta, cioè l'altezza BD, l' incognita dell' equazione farebbe la b, in qual cafo l'equazione non farebbe, che del fecondo grado: perchè in effa non fi ha, che il quadrato della medefima b nel termine $\frac{9ab^2}{16}$.

112 Se la totale altezza dell' acqua AD foffe invariabile, e fe fi cercaffe l' altezza BD di una luce rettangolare della

data larghezza f, capace di ſcaricare una data quantità Q in un dato tempo.

L'altezza data AD dicaſi $= a$, $AB = x$; la quantità data Q diviſa per la larghezza della luce f, cioè $\frac{Q}{f}$ eſprimerà il compleſſo delle celerità, cioè il trapezzo parabolico $DBEC$, il quale eſſendo dato pongaſi $= bb$. L'area parabolica ADC ſarà $= \frac{2a}{3} \sqrt{a}$, e l'area $ABE = \frac{2x}{3} \sqrt{x}$; quindi $\frac{2a}{3} \sqrt{a} - \frac{2x}{3} \sqrt{x} = bb$. Quadrate le parti, ſi fa $a^3 - 3ab^2 \sqrt{a} + \frac{9b^4}{4} = x^3$, e finalmente $x = \sqrt[3]{a^3 - 3ab^2\sqrt{a} + \frac{9b^4}{4}}$. Dove i termini renderannoſi omogenei, ſe il parametro della parabola dicaſi $= p$; e la nota celerità DC ſi dica $= c$; perchè ſarà allora $x = \sqrt[3]{a^3 - \frac{3ab^2c}{p} + \frac{9b^4}{4p}}$.

Del Sifone.

113 Notiſſimo, e frequente ſi è l'uſo del Siſone appo i Chimici, e Negozianti di liquori, da' quali comunemente diceſi *Sorba*. Si dimoſtra concordemente dagl' Idraulici, che il fluido eſce dal braccio più lungo del ſifone con quella ſteſſa celerità, con cui uſcirebbe da un foro aperto nel fondo di un vaſo ſotto a tanta altezza di fluido, quanta è quella della ſua ſuperficie orizzontale nel vaſo ſopra l' orifizio eſtremo del braccio più lungo del ſifone; e quindi variarſi le celerità dello ſcarico col variarſi l' altezza del fluido, o ciò che vale lo ſteſſo, col variarſi la lunghezza del braccio lungo. Queſta verità confermaſi ancora colle ſperienze.

Sperienze col Sifone.

A' 14. Giugno 1765. riempissi d'acqua un tino grande fino all' altezza di pollici 24., ed anche un sifone, il di cui calibro è di 6. linee in circa, il braccio corto di pollici 15. $\frac{1}{2}$, ed il lungo di pollici 23. $\frac{1}{2}$. Immerso il braccio corto nell' acqua, si aprì l' orifizio del braccio lungo, raccogliendone l'acqua in altro minor tino: nel tempo di cinque minuti primi l' acqua nel tino maggiore si ridusse all' altezza di pollici 19., linee 4.; cioè si abbassò pollici 4., linee 8.; e nel tino minore fece un' altezza di pollici 16.

In altri cinque minuti primi l' altezza residua di pollici 19. 4. si ridusse a pollici 17., abbassandosi di pollici 2., linee 4.; e nel tino minore si fece l'altezza di pollici 13.

In altri cinque minuti l' altezza residua di pollici 17. si ridusse a pollici 14., linee 5., abbassandosi di pollici 2., linee 7.; e si fece nel tino minore l' altezza di pollici 10., linee 6. Continuandosi lo scarico fino al compimento di nove minuti primi, l' altezza nel tino minore si fece di pollici 16., come nella prima osservazione.

Rimanendo nel tino maggiore un' altezza di pollici 13., linee 3., e dopo minuti primi 9. 15″ cessò lo scarico del sifone, e si trovò nel tino minore un' altezza di pollici 8., linee 8.

Dove è da notarsi, che i due tini essendo di figura conica troncata cioè, colla base inferiore maggiore della superiore; gli abbassamenti nel primo, e le altezze nel secondo in tempi uguali non seguirono la semplice nota legge de' moti uniformemente ritardati, ma furono ancora minori: perchè coll' abbassarsi l'acqua nel maggiore, dilatavasi la sua superficie; e così ancora succedeva nel minore coll' alzarsi successivamente in esso l' acqua scaricatavi dal maggiore: di modo che, se codesti tini fossero stati d'uniforme capacità, le differenze degli abbassamenti in quello, e degli alzamenti in questo, sarebbonsi trovate ancora maggiori; ciò

non ostante non tralasciano di farci osservare la variazione nello scarico del sifone, al variarsi l'altezza del fluido, in cui immergesi il braccio corto, o al variarsi la lunghezza del più lungo.

A fine di rendere uniforme il getto del sifone insegna il Dechales alla prop. 31. *de Machinis Hydraulicis*, e dopo lui il Wolfio con altri d'inserire il braccio corto ad una tavoletta di legno, che soprannotando all'acqua sollevare possa, ed abbassare il sifone a misura, che quella s'innalza, o si abbassa, di modo che, conservandosi la medesima profondità d'immersione nel braccio corto, ne segua il getto uniforme dal braccio lungo: Qual cosa in picciolo, ed a coperto è di facile riuscita, ma non lo è altrettanto in grande, ed allo scoperto.

Il Castelli dice aver misurato col sifone qualche corpo di acqua corrente; ma si desidera di sapere il modo, ed il risultato da una tale misura: poichè le difficoltà di valersene a dovere sono tali, che ne allontanarono i Periti dall'imitazione; e queste accennerò ivi brevemente. 1.° Perchè nel sifone ha luogo la varia contrazione della vena, siccome in tutti gli altri tubi. 2.° Nel sifone facilmente vi rimane, o vi s'introduce aria, che ne diminuisce, o anche ne impedisce affatto il getto. 3.° Se la macchina rimaner debba lungamente allo scoperto, soggiacerà a molti accidenti tanto per parte della natura, e della materia, che per parte dell'ignoranza, o della incuria, ed eziandio della malizia degli Uomini. 4.° L'adattamento del sifone ad un'acqua corrente esige necessariamente, che alle sponde si trovi sufficiente caduta, la quale, oltre alla discesa del braccio lungo da cui dee farsi il getto, sia tanta, che l'acqua indi sgorgata possa incontanente partire, senza potersi sollevare fino in vicinanza dell'orifizio del sifone. 5.° E' pure anco necessario, che all'acqua da estraersi si prepari e la via che ha da tenere, ed il termine, dove dee recapitarsi. 6.° Dopo ciò il metodo di calcolarne la portata non è punto diverso da quello degli altri tubi. Per cotai riguardi l'esempio propostoci,

proposto, ma non abbastanza spiegato dal Castelli per misurare le acque correnti col sifone, non ha seguaci.

Del Quadrante.

114 I Migliori Scrittori d' Idrometria, cioè il Castelli, il Guglielmini, l'Ermanno, il Grandi, il Zendrini ec. concordemente raccomandano l' uso del quadrante per esplorare le velocità delle acque. (*Tav.7. fig.* 1.) Ma in tanto coloro, che vorrebbono valersene, non ci trovano, che difficoltà, ed incertezze. In fatti nelle sperienze dal Zendrini riferite nel suo Trattato *delle leggi, e fenomeni dell' acque correnti*, notansi dal P. De-Regi nella sua Operetta stampata in Milano nell' anno 1764., alcuni abbaglj, ed altri ancora dal P. Lecchi nella sua Idrostatica stampata pur anche in Milano nell' anno 1765. Esse difficoltà, ed incertezze abbiamo incontrate ancora noi nelle nostre sperienze. Perilchè di queste anderemo divisando in questo articolo, ingegnandoci di spianarle, e chiarirle.

Distinguonsi due maniere di valersi del quadrante: la prima si è, quando con esso cercasi semplicemente la ragione tra le velocità, o ancora cercansi le velocità effettive; previa però una sicura notizia, che ad un tale angolo di deviazione di un tale pendolo, corrisponde una data celerità. Questa prima maniera è la più semplice, ma per altra parte è imperfetta: mentre per fare uso dello strumento, è necessario, che preceda qualche altra sperienza fatta in altro modo; ed una tale sperienza non vedesi fatta da veruno.

La seconda maniera è per se stessa più eccellente, e perfetta, ed è, quando cercansi immediatamente col quadrante le velocità effettive; ma ella è assai più difficile nella pratica. L' una, e l' altra è appoggiata ad un principio ad evidenza dimostrato in meccanica: cioè nei canali sensibilmente orizzontali, il peso della palla sta all' impressione ricevuta dalla corrente, come il coseno al seno, o come il raggio, alla tangente dell' angolo di distrazione del pendolo dalla direzione verticale.

E nei canali sensibilmente inclinati: il peso della palla sta all' impressione ricevuta dalla corrente, come il seno dell'angolo del tratto, quale angolo è sempre la somma del retto, e dell' angolo d' inclinazione del canale, al seno dell' angolo di distrazione.

Ma qui subito nasce disparere fra gli Autori: facendo gli uni le forze, o impressioni semplicemente proporzionali alle velocità, ed altri facendole proporzionali ai quadrati delle velocità. La ragione, e le sperienze si dichiarano in favore delle impressioni proporzionali ai quadrati delle velocità, mentre che qualunque forza dipende unicamente dalla quantità di moto, e le forze istantanee concordemente ammettonsi come i prodotti delle masse multiplicate per le celerità; ma la massa nei fluidi in movimento dipende ancora dalla loro celerità; dunque nei fluidi le forze, o dicansi le impressioni sono due volte come le celerità, o dicasi, sono come i quadrati delle celerità. Vero è però, che anche in questa ipotesi le sperienze non corrispondono fedelmente alla teorica; ma si rifletta, che non deggiono fedelmente corrispondervi, se non vi si aggiunga un' altra considerazione, cioè quella della contrazione della vena, o della equivalente diminuzione della celerità massima, o assoluta: poichè nelle sperienze prendesi comunemente la velocità modificata dalle resistenze per la massima, ed assoluta.

Digressione.

A Questo proposito mi si permetta l' interrompere per poco il discorso sopra l' uso del quadrante, perchè mi è accaduto talvolta udire cose affatto strane. Quando un'acqua stagnante preme una superficie piana, la sua pressione si è come il prodotto della superficie premuta multiplicata nell' altezza dell' acqua premente; ma se lo stesso corpo d' acqua urti la medesima superficie piana con qualche celerità, l'urto, o impressione istantanea è come il prodotto della superficie urtata nel quadrato della celerità, ed il quadrato

della celerità essendo come l' altezza capace a produrre essa celerità; perciò l' impressione istantanea sarà precisamente uguale al peso di un corpo d' acqua, che abbia per base la superficie urtata, e per altezza quella, da cui cadendo liberamente un grave, può acquistare la celerità, con cui si fa l' impressione: ma quando trattasi di una forza, o impressione continuata per un qualche tempo, allora la quantità totale dell' impressione, e quindi il suo effetto si fa incomparabilmente maggiore. Il che molto importa ben avvertire: poichè nella mutua azione de' corpi, per una sensibile ugualianza delle forze, rendesi da principio impercettibile l' effetto; ma non essendo assolutamente uguali, finalmente l'effetto si appalesa, sorprendendo gl' incauti: allorchè veggonsi edifizj, e lavori per se stessi robustissimi scollegarsi, e rovinare; dovendo in fine cedere alla continuata azione della forza avversante, giusta quel volgare assioma, che la gravità non è mai oziosa. Quindi somiglianti opere richieggono di essere costrutte non solamente con vantaggio di resistenza superiore a quello, che prescrivono le leggi dell'equilibrio; ma colla considerazione ancora del tempo, che rimaner deggiono sottoposte all' azione di detta forza. Ciò avvertito ritorniamo al quadrante.

Esso può adoperarsi in due maniere: la prima col tenerlo immobile, allungando solamente, o raccorciando il filo, a cui è raccomandata la palla; o pure col tenerne esso filo della stessa lunghezza, alzando, o abbassando il centro del quadrante. Sarà però più comodo l' allungare, o raccorciare il filo per ciascuna osservazione, che non l' alzarne, o l' abbassarne lo strumento: dovendo questo sempre collocarsi ben verticale, e diretto a seconda della corrente, di cui si vuole indagare la velocità. Nell' uno, e nell' altro modo sempre è necessario il conoscere l'altezza del suo centro sopra la superficie corrente, e la profondità della immersione della palla, o col tentonarne il di lei sito con un' asta, o più sicuramente trovandola trigonometricamente, pigliando per seno totale la lunghezza del filo, com-

presa tra il centro del quadrante, e quello della palla; e trovandone la proporzionale lunghezza del coseno di distrazione, da cui sottraendo la nota altezza del centro del quadrante sopra la superficie corrente, il residuo sarà la profondità della immersione della palla. Quindi erronee scopronsi le sperienze del Zendrini, il quale suppone uguali, o proporzionali le profondità delle immersioni agli abbassamenti del centro del quadrante. E perchè talora avea osservato, che ad abbassamenti uguali di detto centro corrispondevano incrementi uguali negli angoli di distrazione del suo pendolo: sopra un cotale fondamento supputò tavole, e pretese di stabilire una nuova teoría dal P. Lecchi meritamente rigettata. Egli è pure necessario il conoscere il diametro, ed il peso della palla volendosi adoperare il quadrante nella prima delle due sopraddette maniere, per poterne fare il paragone con quello della sperienza fondamentale; per codesta ragione ancora non sono di verun uso le sperienze del Zendrini, non avendoci dato notizia nè del diametro, nè del peso del suo pendolo. Oltrechè, siccome a proposito ne avvisa il detto P. Lecchi, nel determinare il peso conveniente alla palla devesi aver riguardo alla forza della corrente: potendo facilmente succedere, che ella sia tanta, onde la palla non possa discendere a maggiore profondità; e quindi, che a celerità uguali corrispondano angoli disuguali, e che ad angoli uguali corrispondano celerità disuguali. Avvertendosi ancora, che l' impressione della corrente nella palla, per la prop. 34. del secondo libro de' principj del Newton, non è che la metà di quella, che farebbesi contro un cilindro alla palla stessa circoscritto.

Altre difficoltà occorrono ancora nell' uso del quadrante: poichè, se il peso della palla sarà picciolo, questa non potrà immergersi alle profondità che si vorrebbe; e se sarà troppo grande, non renderà sensibili le differenze tra gli angoli di distrazione, dove lento sia il moto dell' acqua; e richiederà una funicella alquanto rinforzata per sostenere la palla nelle correnti veloci, la quale nello stesso tempo sarà parte del total

peso del pendolo. Nelle immersioni profonde poi la funicella, ricevendo parte delle impressioni della corrente, non distenderassi in linea retta, ma in una curva, onde non segnerà il giusto angolo di distrazione. Aggiungasi, che molto difficilmente può accertarsi esso angolo a cagione delle continue vibrazioni della palla ora più, ora meno spinta innanzi, ed ora fuori del piano verticale del quadrante; onde facilissimo sia l'errare di qualche grado nella estimazione del vero angolo di deviazione del pendolo.

Che se si parli nel rigore geometrico, nelle diverse immersioni la palla non trovasi nella stessa verticale di una medesima sezione, come abbisognerebbe, sia che tengasi fermo lo strumento, e si allunghi solamente, o si raccorci il filo; o pure, che tengasi ferma la lunghezza del filo, e s' innalzi, e si abbassi il centro del quadrante.

Il quadrante delle nostre sperienze ha un raggio di sette pollici, ed è diviso ne' suoi 90. gradi; ogni grado suddividesi da cinque in cinque minuti primi. Il braccio più lungo fermasi con due viti verticalmente ad una spranga, rimanendo il più corto orizzontale, e diretto a seconda della corrente. La spranga infiggesi in un pesante treppiede, che serve ancora ad altri strumenti, ed il treppiede nelle sperienze, che riferiremo, collocavasi sopra di un ponte amovibile, che attraversava il canale de' mulini. Il centro del quadrante si tenne sempre immobile, allungandosi, o raccorciandosi un forte filo di seta cruda, a cui era raccomandato quel globetto d' ottone, di cui si parlò al n. 10.

SPERIENZA 1.ª

A' 21. Agosto 1764. il centro del quadrante essendo elevato sopra la superficie della corrente pollici 73., il peso assoluto del globetto triplo dello specifico dell' acqua, cioè di grani 4935. si fecero le seguenti osservazioni.

Lunghezze del filo.	Angoli di distr.ne	Profondità delle imm.ni
Pollici	Gradi	Pol.,e lin. ec.
78	18	1. 3
84	21. 30′	5. 2
96 non si è fatta		
108	33	17. 7
120	33	27. 7
132	35	35. 1

2.a

A' 6. Settembre 1764. essendo il centro del quadrante elevato sopra la superficie della corrente pollici 65. $\frac{1}{2}$, ed il peso della palla, come sopra, di grani 4935.

69	16	0. 10
81	25	7. 11
93	32	13. 4
105	35	20. 6
134	37	31. 6

3.a

A' 12. Settembre. Il centro del quadrante essendo elevato sopra la superficie della corrente pollici 80. $\frac{1}{2}$, ed il peso della palla, come sopra, di grani 4935.

84	14	1. 0. 0
96	19	10. 3
108	23	18. 10
120	23	29. 11
132	27	37. 1

4.a

A' 22. Agosto 1765. Il centro del quadrante essendo elevato sopra la superficie dell' acqua pollici 74., linee 4., ed il peso del globetto grani 4935.

Lunghezze del filo, Pollici	Angoli di distr.ne Gradi	Profondità delle imm.ni Pol., e lin. ec.
78	15. 30′	0. 10
84	20. 30′	4. 4
96	26	11. 11
108	28. 30′	20. 7
120	25	34. 5

5.a

A' 22. Agosto 1765. essendo il centro del quadrante elevato sopra la superficie della corrente pollici 72., linee 8., ed il peso della palla doppio dello specifico dell'acqua, cioè di grani 3290.

84	19	6. 9
96	33	7. 10
108	41	8. 10
120	46	10. 8
132	49	13. 11
144	52	16
156	54	19
168	56	22. 3

6.a

Nel medesimo giorno, e nelle medesime circostanze.

84	19	6. 9
90	27	7. 2
102	37. 30′	8. 3
114	43	10. 8
126	47	12. 3
138	51	14. 2
150	52. 30′	18. 8
162	55	20. 3

Nelle ultime immerfioni di questi due fperimenti fi vede, che il pefo della palla non baftava per immergerla a profondità maggiori; ed in tutte crefcere le velocità dell'acqua più profonda, mentre in tutte crefcono i feni di diftrazione del pendolo, qualunque poi fiafi la legge dello accrefcimento.

7.ª

A' 7. Agofto 1766. correndo l' acqua coftantemente pel canaletto conduttore coll' altezza di pollici 13., linee 9. alla prima fcala; e coll'altezza di pollici 12. alla feconda, fi fecero ivi le tre feguenti offervazioni, col centro del quadrante elevato fopra la fuperficie della corrente poll. 73. $\frac{1}{2}$, col pefo della palla di grani 4935., triplo del pefo fpecifico dell' acqua.

Lunghezze del filo.	Angoli di diftr.ne	Profondità delle imm.ni
Pollici	Gradi	Poll., e lin. ec.
76	14. 30′	0. 0. 11. 3
84	27	1. 5. 1. 6
96	36	4. 1. 11. 9

Nella prima di quefte tre immerfioni fi vede, che il centro della palla non era, che circa una linea fotto la fuperficie dell'acqua, e però non ricevette la palla tutta l' impreffione della corrente. Nella terza immerfione effo centro trovafi pollici 4., linee 2. circa fotto la medefima fuperficie; ed immerfo ivi il tubo Pitot, fi fece in effo un alzamento di tre pollici, che aggiunti alli 4., linee 2. fanno pollici 7., linee 2., a quale altezza corrifponde una celerità di piedi 6. per minuto fecondo; e poco più di 6. piedi trovafi col metodo del feguente capo la celerità media della fezione prefa nel medefimo luogo.

115 Dunque ad un angolo di diftrazione del pendolo di gradi 36., dove il centro del quadrante è elevato pollici 73. $\frac{1}{2}$ fopra la fuperficie della corrente, la lunghezza del filo di pollici

pollici 96., il peso assoluto della palla di grani 4935., il suo diametro di pollici 2., ed il centro immerso sotto la superficie dell' acqua per pollici 4., e linee 2., corrisponde una celerità di circa 6. piedi per minuto secondo. Nè avendo finora trovato altra sperienza appresso a verun Autore, questa potrà servire di fondamentale finoattantochè se ne abbia qualche altra più esatta.

Volendosene valere per trovare la celerità effettiva in altro luogo; e per esempio nella seconda immersione di questa stessa sperienza, dove l'angolo di distrazione si trovò di gradi 27. Dicasi come la radice quadrata 269. della tangente 72654. di gradi 36. sta alla radice quadrata 225. della tangente 50952. di gradi 27., così piedi 6. ad un quarto termine, e troverannosi piedi 5. per la celerità corrispondente alla profondità di pollici 1. 5. 1. 6. della seconda immersione.

Se i pesi relativi di due palle nell' acqua dicansi P, p; i loro diametri D, d; le velocità dell'acqua V, v; le tangenti degli angoli di distrazione T, t; nel caso di equilibrio saranno sempre le impressioni come PT, pt; ed ancora come $\overline{DV}^2$, $\overline{dv}^2$; e perciò $PT : pt :: \overline{DV}^2 : \overline{dv}^2$, $PT\overline{dv}^2 = pt\overline{DV}^2$; onde, se v sia la velocità ricercata, avrassi $v^2 = \frac{pt\overline{DV}^2}{PTd^2}$, e $v = \frac{DV}{d} \times \sqrt{\frac{pt}{PT}}$, data per la sperienza fondamentale.

Volendosi poi adoperare il quadrante nella seconda maniera, cioè trovare le velocità effettive indipendentemente da altra precedente sperienza, la regola per se stessa è geometrica, e facile; ma di difficile riuscita per le soprallegate ragioni.

Fatte due immersioni del pendolo non troppo vicine alla superficie, nè al fondo, facciasi, come la differenza delle tangenti dei due angoli di distrazione del pendolo alla tangente minore, così la differenza tra le profondità delle due immersioni ad un quarto termine, quale aggiunto ad essa differenza ne darà il vertice della parabola, o dicasi il principio

equivalente della caduta; poichè essendo le impressioni come i quadrati delle celerità, sono ancora come le ascisse della parabola, o dicasi come le discese, o cadute. Quindi nella precedente sperienza facendosi come 21702. differenza delle due tangenti alla tangente minore 50952., così poll. 2., lin. 9. differenza delle due immersioni ad un quarto termine, trovansi poll. 6., lin. 5., che aggiunti a pollici 2. 9. danno la caduta per la più bassa immersione di poll. 9., lin. 2., a cui corrisponde una celerità di piedi 6., pollici 9. notabilmente maggiore della vera di sopra ritrovata. Il che procede non solamente dal non potersi operare colla necessaria squisitezza, e dal non farsi le immersioni nella stessa verticale di una medesima sezione, ma ancora perchè le altezze delle correnti libere sono sempre notabilmente maggiori delle assolute, cioè delle altezze, che avrebbe l'acqua, se correr potesse senza soffrire resistenza alcuna, come si osservò al n. 103., e più chiaramente ancora osserverassi in appresso.

Meno soggetta a gravi errori si è quest'altra regola, in cui una osservazione non dipende dall'altra: all'altezza dell'immersione della palla aggiungasi l'altezza di un cilindro acqueo, la cui base sia uguale al circolo massimo, e'l di cui peso sia doppio del peso relativo della palla medesima, la somma sarà l'altezza, alla quale corrisponde la celerità della impressione.

Così nella riferita sperienza la profondità della terza immersione è di pollici 4., linee 2.; e facendosi come il raggio 100000. alla tangente 72654. di gradi 36., così il peso della palla nell'acqua di grani 3290. ad un altro, trovansi grani 2390., il cui doppio 4780. diviso per grani 1172., che sono il peso di un cilindro acqueo di ugual base colla palla, e di un pollice di altezza, dà il quoziente di pollici 4., che aggiunti alli 4. 2. fanno l'altezza di pollici 8. 2., a cui corrisponde una celerità di piedi 6. 4.; e nella seconda immersione facendo come il raggio 100000. alla tangente 50952. di gradi 27., così il peso della palla in acqua ad un altro, trovansi grani 1676., il cui doppio 3352. diviso per 1172. dà il quoziente di pollici 2. 10., che ag-

giunti a pollici 1. 5. della immersione fanno l'altezza di pollici 4. 3., a cui corrisponde una celerità di piedi 4. 7. 5. Il simile può farsi per ciascuna immersione, purchè non sia fatta troppo vicina alla superficie, o al fondo della corrente.

Quando poi si fanno molte immersioni per trovare la media per una medesima verticale, egli è un doppio errore il dividere la somma degli angoli ritrovati pel numero delle immersioni, perchè ciò suppone in primo luogo gli archi circolari proporzionali alle tangenti, il che è falso; ed in secondo luogo il ragguagliamento delle tangenti neppure sarà a dovere, se non si abbia riguardo alle distanze tra esse, cioè alle differenze di profondità di ciascheduna immersione.

Oltrechè non è lo stesso il ragguagliare le tangenti, che il ragguagliarne le loro radici quadrate, le quali sono come le celerità: bisogna dunque ragguagliare le radici quadrate di esse tangenti, avendo riguardo alle distanze fra di loro, come insegna la geometria pratica, e come da noi si è praticato nella prima parte al n. 6., nel ragguagliare le altezze varianti sopra il ritaglio, dove i tempi tengono quel luogo, che qui tener deggiono le distanze. In tal modo la media, che si troverà, sarà la più prossima alla vera.

Non abbiamo fatta sperienza veruna colla fiasca idrometrica del Dottor Nadi: poichè, per le ragioni dal Grandi addotte, e dal Manfredi, essa non serve ad esplorare le velocità attuali delle acque correnti.

Terminerò questo Capo con un bellissimo, ed utile problema del Sig. Montucla, riferito dal Sig. Saverien nel suo Dizion. Univers. di Matematica all'articolo *Hydraulique*; ma la risoluzione, che ivi trovasi, parmi abbisognare di qualche chiarimento.

Problema.

116 DAta una quantità d'acqua $= a$, che nel dato tempo b scaricasi uniformemente in un recipiente prismatico, o cilindrico, nel di cui fondo siavi un'apertura, donde suc-

cessivamente ne esca parte dell' acqua introdottavi. Dimandasi in quanto tempo farassi dall' acqua ritenuta una data altezza.

Egli è chiaro, che farassi l' altezza massima, quando per l' apertura del fondo usciranne la data quantità a nello stesso dato tempo b, e sarà quella, che imprimer può all'acqua uscente la stessa celerità, con cui percorresi nel tempo b uno spazio uguale a quello, che trovasi dividendo la quantità a per la vena sommamente contratta dell'apertura nel fondo: una tale altezza nota, dicasi $= h$.

In un qualche tempo x farassi nel recipiente una qualche altezza $= y$, e la dispensa fatta in un tempo infinitamente picciolo dx, la quantità introdotta nel recipiente sarà $= \frac{adx}{b}$; ma le dispense fatte da luci eguali in tempi uguali sono come le celerità, cioè come le radici quadrate delle altezze; dunque la dispensa per l' apertura del fondo sotto l' altezza y nel tempetto dx sarà $= \frac{dxa\sqrt{y}}{b\sqrt{b}}$, e la residua nel recipiente $\frac{adx}{b} - \frac{dxa\sqrt{y}}{b\sqrt{b}}$ divisa per la base del recipiente ff, cioè $\frac{adx}{bff} - \frac{dxa\sqrt{y}}{bff\sqrt{b}}$ sarà uguale all' accrescimento istantaneo dy dell' altezza y. Avrassi adunque l' equazione $dy = \frac{adx}{bff} - \frac{dxa\sqrt{y}}{bff\sqrt{b}}$; e quindi $dx = \frac{bff\sqrt{b}\,dy}{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}}$, ed integrando $x = S.\frac{bff\sqrt{b}\,dy}{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}}$. Dove apparisce, che ponendosi l' altezza y $=$ alla massima h, fassi infinito il tempo x, perchè $= S.\frac{bff\sqrt{b}\,dy}{0}$ quantità infinita. A fine d' integrare la formola $\frac{bff\sqrt{b}\,dy}{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}}$, pongasi per brevità $bff\sqrt{h} = m$, $a\sqrt{h} = n$, e $n - a\sqrt{y} = z$; onde facciasi $n - z = a\sqrt{y}$; $n^2 - 2nz + z$ $= a^2 y$; $y = \frac{n^2 - 2nz + z^2}{a^2}$, e differenziando $dy = -$

$- \frac{2ndz + 2zdz}{a^2}$, con ciò la formola $\frac{mdy}{n - a\sqrt{y}}$ diverrà $= - \frac{2mndz}{a^2 z}$ $+ \frac{2mzdz}{a^2}$, che integrata fassi $= - \frac{2mn}{a^2} l. z + \frac{2mz}{a^2}$; restituito il valore di z, trovasi il tempo $x = - \frac{2mn}{a^2} l. \overline{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}}$ $+ \frac{2m \times \overline{\sqrt{b} - \sqrt{y}}}{a}$. Dove, ponendosi $y = h$, trovasi pure infinito il tempo x, perchè $= - \frac{2mn}{a^2} l. o$; ma essendo data l' altezza y, fassi noto il tempo ricercato x; ed essendo dato il tempo x, troverassi l' altezza y, mediante la medesima equazione $a^2 x - \frac{2m\sqrt{b}}{a} = - \frac{2mn}{a^2} l. \overline{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}} - \frac{2m\sqrt{y}}{a}$, o pure $\frac{a^2 x}{2m} - a\sqrt{h} = - n\, l. \overline{a\sqrt{b} - a\sqrt{y}} - a\sqrt{y}$. Dissi di sopra essere utile questo problema: e ciò non solamente in generale, e per la scienza; ma in particolare, vedendosi cosa facilmente succedere possa nell' uso del regolatore, ed in altri somiglianti casi.

CAP. III.

Si considera il moto progressivo delle acque ne' canali regolari, ove dimostrasi la legge delle resistenze, che può servire per un terzo principio nella misura delle acque correnti.

117 LA pressione de' fluidi facendosi per ogni verso, di modo che non solamente il fondo di un vaso porta tutto il peso assoluto del fluido ad esso soprastante; ma le pareti ancora all' intorno, anzi ogni punto delle medesime ne porta una parte proporzionale all' altezza del fluido imminente, senzachè per ciò si diminuisca, o si accresca il di lui peso assoluto: a cagione che le sue particelle movere si possono

le une per mezzo alle altre; ed allora ſtanno in quiete; quando per ogni parte ſono ugualmente premute, o contenute; e là toſto ſi portano ſpinte dalla propria gravità, e dalla preſſione delle altre, dove niuna, o minore reſiſtenza incontrano. Perciò a differenza de' ſolidi poſſono i fluidi moverſi per ogni parte; e non oſtante che il fondo ne impediſca la diſceſa verticale come nei ſolidi, un' apertura però fatta in un lato del vaſo, loro dà libera l' uſcita: perchè ivi le particelle non incontrando preſſione, o reſiſtenza alcuna, cedono neceſſariamente alla preſſione delle circoſtanti, che le cacciano fuori, e ne ſegue lo ſgorgo con una direzione normale al piano della ſteſſa apertura, o ſia queſta verticale, o inclinata all' orizzonte. Ciò poſto nulla oſta, che la ſezione di un fiume ſi conſideri come un' apertura fatta nel lato di un ampio vaſo, che la celerità, con cui l' acqua paſſa per eſſa ſezione, ſi conſideri come prodotta da una preſſione fatta dall' acqua conſervata ad una certa altezza; o pure ciò, che vale lo ſteſſo pel n. 65., come acquiſtata nella diſceſa da una qualche altezza.

Codeſta ſuppoſizione avendo nulla di ripugnante, anzi preſentandoſi naturalmente alla immaginazione, quando ſi conſidera il corſo delle acque nei fiumi, è ſtata con ragione abbracciata dal Guglielmini, dal Grandi, e da altri Maeſtri dell' arte; ma perchè poi interamente non corriſponde alle ſperienze, ne viene rigettata da alcuni moderni, come ſe per niun verſo poteſſe adattarſi al movimento dell' acque dei fiumi; onde vanno in cerca di altri principj meno naturali, e però più infelici.

La legge delle celerità nella ragione dimezzata delle altezze, che ſi manifeſta nelle acque uſcenti da fori de' vaſi; la reciprocità tra le ſezioni, e le medie loro celerità in un medeſimo corpo di acqua corrente, inſieme uniti cominciano a moſtrarci la via da tenerſi in codeſta ricerca, e già ne ſomminiſtrano regole per trovare tanto le celerità, che le quantità relative; ma per averne le effettive abbiſogniamo ancora di un terzo principio meno evidente sì, e me-

no conoſciuto; ma non meno certo per ſe ſteſſo, o meno neceſſario.

La ragione, e la continua oſſervazione ne obbligano a riflettere, che le diverſe parti di una medeſima corrente non muovonſi tutte colla ſteſſa celerità; che più veloci ſono quelle verſo il mezzo, o nel filone, che lungi da eſſo, e verſo le ſponde; così pure ſono più veloci verſo il fondo, che verſo la ſuperficie, dove ſiavi notabile altezza viva; e così ancora più veloci ſono le più lontane dagli oſtacoli, che le più vicine ai medeſimi. Perciò i buoni Scrittori ne avviſano ad inveſtigare in più luoghi le celerità in una medeſima ſezione tanto in larghezza, che in profondità, affine di trovarne tra eſſe una media, o dicaſi una comune a tutta la ſezione; ma codeſta media trovaſi con molto ſtento, nè poi ci appaga, o ci contenta, che anzi ne laſcia ſempre qualche ſoſpetto di errore. Queſto pertanto è ciò, che ancora ne manca alla teoría, ed alla pratica della miſura delle acque; cioè ne manca la legge de' decrementi delle celerità aſſolute per determinarne le effettive.

Ma il definire la legge, con cui le celerità aſſolute decreſcono coll' allontanarſi le particelle dell' acqua dalle più celeri, e coll' avvicinarſi ai corpi reſiſtenti, con i ſoli principj teorici ella è un' impreſa ſe non impoſſibile, certamente difficiliſſima; e quando ancora ella veniſſe definita, chi ſa, quali difficoltà s'incontrerebbero nel farne l'applicazione, cioè nel valerſene in pratica? perlochè fondandoci noi in queſto aſſioma, che gli effetti naturali prodotti dalle medeſime cauſe, ed in ſimili circoſtanze debbono farſi con una medeſima legge, ſia poi eſſa qualunque; ed avendo oſſervato in moltiſſime ſperienze, quale ſi manifeſti, ſiamo quindi paſſati a farne uſo in altre, paragonando i riſultati colle quantità attualmente miſurate, onde vieppiù la medeſima venga confermata, e ſtabilita.

118 La moltitudine delle ſperienze riferite nella prima parte era certamente ſoverchia per dimoſtrare la legge delle celerità dell' acqua uſcente da fori; ma non già per accertare

la contrazione della vena, della cui esistenza punto non dubitavasi dopo le sperienze del Newton, Bernulli, e Poleni, ma bensì della di lei variazione negli orifizj di figura, e grandezza diversa. Ma da tutte le sperienze fatte con luci aperte in semplici lastre immediatamente applicate all' acqua uscente, si trovò, che l' area della luce sta a quella della vena sommamente ristretta, assai prossimamente, come 324. al 199., o pure come 432. al 265., o anche con pochissimo divario, come 18. all' 11. Di questa ci vagliamo nelle sperienze non solo per la maggiore speditezza del calcolo, ma sul riflesso ancora, che nei canali eziandio regolarissimi le asprezze, e scabrosità del fondo, e delle sponde sono incomparabilmente maggiori, che negli spigoli liscj, e puliti delle luci intagliate in lastre di ferro, o di ottone: talmentechè in molti casi potrassi bensì fare, come 18. ad un numero minore dell' 11.; ma non mai ad un intero maggiore dello stesso 11.

Che poi nelle acque liberamente correnti de' fiumi, e canali debba aver luogo la detta proporzione, già ne abbiamo superiormente molti indizj; e la disparità, che a prima giunta sembra trovarsi fra una corrente libera, e la uscente da un foro in sottile lastra intagliato non è, che apparente. 1.° Perchè la maggiore, o minore pressione, che forza l'acqua ad uscire per una luce, punto non altera la proporzione fra l' area della luce, e quella della sua vena sommamente ristretta, come si è veduto nella prima parte; ma quanto all' effetto dell' acceleramento ad una qualunque pressione equivale la discesa libera, o caduta da pari altezza. Dunque per questo riguardo non v'ha disparità alcuna. 2.° Uscita appena l' acqua dalle angustie di una luce, cioè cessate le resistenze, piglia tosto quel volume, che conviene alla sua massa, ed alla sua celerità, e conserverebbelo sempre, se al di fuori altre resistenze non provasse, o maggiormente non si accelerasse per nuova caduta, o discesa. Ma scorrendo l'acqua per un canale regolare, le resistenze perseverano le medesime; e perciò ella è costretta a conservare lo stesso

suo

ſuo primo maggiore volume; ed eſſendo uniforme la larghezza, conſerveraſſi in un'altezza viva maggiore di quella, che naturalmente avrebbe, ſe non aveſſe reſiſtenza alcuna da ſuperare, acciocchè con perenne fluſſo poſſa tutta ſucceſſivamente recapitarſi, il che fare non potrebbe, ſe con detta maggiore altezza viva non ſi rendeſſe di tanto ſuperiore alla ſomma di tutte le reſiſtenze, quanto preciſamente ne abbiſogna pel coſtante ſuo ſmaltimento.

Queſte conſiderazioni unitamente alle molte ſperienze ſeguenti fanno baſtante prova di codeſta verità; ma eſſa può ancora più direttamente dimoſtrarſi. Ella è coſa certa in teorica, ed in pratica, che uguali ſono le portate di una medeſima corrente, o ſi miſurino queſte in una qualunque ſezione libera, o pure in una ſezione diminuita coll' abbaſſamento conveniente della cateratta di un regolatore, ma l' acqua, forzata a paſſare tutta ſotto la cateratta, trovaſi nelle medeſime circoſtanze, che la uſcente da una luce aperta in un vaſo, purchè nell'uno, e nell' altro caſo ſia ugualmente libero lo ſcarico; e la uſcente dalla luce aperta in un vaſo ſoggiace alla contrazione della vena; dunque alla contrazione della vena ſoggiacerà ancora quella, che paſſa ſotto la cateratta; ma queſta è uguale a quella, che paſſa per qualunque libera ſezione della corrente; dunque l'acqua, che paſſa per qualunque ſezione libera della corrente ſoggiace alla medeſima legge della vena ſommamente riſtretta; o più propriamente, parlandoſi di acqua corrente, ſoggiace ad una equivalente diminuzione di celerità. *C. C. D. D.*

Da ciò ſi conoſce quanto errino coloro, che penſano moverſi le acque de' fiumi, e canali con una legge affatto diverſa da quella dell' acqua uſcente da fori de' vaſi.

De' Canali regolari.

119 CAnali regolari comunemente diconſi quelli, le ſezioni de' quali ſono ugualmente larghe, ed hanno le loro baſi poſte nel medeſimo, o nei medeſimi piani. Quivi per maggior facilità, e chiarezza chiameremo canali regolari

quelli, le sezioni de' quali sono in oltre di figura rettangolare.

In codesta sorta di canali manifestasi chiaramente l'effetto de' tre soprastabiliti principj. Imperciocchè o sono essi notabilmente inclinati di fondo; o pure lo sono pochissimo, il che accade più frequentemente; o pure non lo sono sensibilmente, onde diconsi canali sensibilmente orizzontali. In tutti però, senza veruna eccezione, il moto progressivo dell'acque dipende da qualche sorta di declività: poichè senza essa non vi può essere naturalmente moto perenne progressivo, ma solamente ristagno, essendo in questo supposto, contenuta l'acqua da ogni parte. Laonde ripugni il trovarsi in natura fiumi, o canali d'acqua corrente, che dal loro principio fino all'ultimo loro termine sieno di fondo, e di superficie assolutamente orizzontali; ed in quelli, che tali sono sensibilmente, il qualunque siasi moto delle loro acque dipende necessariamente da quella comunque pochissima declività; e questi col Guglielmini, e col Grandi chiamansi canali, o fiumi orizzontali, benchè non lo sieno, che sensibilmente.

Ora in qualunque di questi canali il movimento dell'acqua vassi accelerando a misura, che si allontana dal principio o naturale, o equivalente del moto; e con ciò fassi luogo al primo de' suddetti principj. Per necessità fassi luogo al secondo, cioè alle reciprocità delle sezioni colle medie loro rispettive celerità, dovendo per ogni sezione passare quantità uguali di acqua in tempi uguali; non meno necessariamente fassi luogo al terzo principio delle resistenze: poichè avendo l'acqua fatto un qualche tratto di cammino, ha dovuto necessariamente risentire le resistenze del fondo, e delle sponde per quantunque liscie, e pulite, che si fingano: poichè finalmente questi rimangono immobili, mentre contro essi continuamente striscia l'acqua, il che non può farsi senza contrasto.

In altra maniera può, e suole ancora considerarsi il moto progressivo delle acque de' fiumi; cioè considerando la corrente come un corpo, che discende per un piano inclinato;

con questa sola differenza tra la discesa di un fluido, e quella di un solido, che il solido successivamente accelerandosi non cangia di volume, mentre il fluido continuamente diminuisce di mole col continuamente accelerarsi di moto, ed all' opposto si accresce di mole col ritardarsi, conformandosi al secondo principio della reciprocità delle sezioni colle medie loro celerità. Questa seconda maniera di considerare il movimento delle acque si è quella, in cui fondasi un nuovo metodo facilissimo, e sicuro per misurarle, senza bisogno di strumenti, o di sperienze.

Del misurare le acque correnti senza valersi di strumenti, o di sperienze.

120 Facilmente dimostrasi col Guglielmini, e col Grandi, che, scorrendo costantemente un medesimo corpo di acqua per un canale regolare inclinato, (*Tav.* 8. *fig.* 7.) il cui fondo si rappresenti dalla retta AC tirata dal punto A, preso nella superficie orizzontale AL di un'acqua stabilmente conservata alla medesima altezza in una qualche conserva, ove ponesi il principio del moto, o della discesa, la superficie della corrente componesi a seconda di un segmento d' iperboloide solido KED compreso nell' angolo d' inclinazione LAC, fatto dalla orizzontale AL, e dal fondo AC, che di esso iperboloide ne è una delle asintote, essendone l'altra la retta AG perpendicolare alla AC nello stesso punto A.

La proprietà essenziale di codesta curva è, che dicendosi una qualunque ascissa $AB = x$, l' ordinata corrispondente BE perpendicolare alla AC, dicendosi $= y$, si abbia per ogni punto della curva costante il prodotto solido xyy, cioè sempre uguale ad una data quantità, che chiamasi la potestà dell' iperboloide: di modo che dicendosi essa potestà $= p$, abbiasi ovunque l' equazione $xyy = p$; e quindi $y\sqrt{x} = \sqrt{p}$, che è appunto quanto avviene in una corrente d' invariata quantità, mentre per qualsivoglia di lei sezione passar deggiono quantità uguali d'acqua in tempi uguali, cioè,

dovendo necessariamente reciprocarsi le sezioni colle rispettive medie celerità. Ed essendo della stessa larghezza le sezioni, fannosi le altezze vive reciproche alle medesime celerità medie: cosicchè dicendosi y ogni altezza viva, e z l'altezza capace a produrre la corrispondente media celerità, sia per ogni sezione costante il prodotto $y\sqrt{z}$; e quindi $y\sqrt{x} : y\sqrt{z} :: \sqrt{x} : \sqrt{z}$.

Se le rette BE, CD perpendicolari alla AC rappresentino le altezze vive di due sezioni: (*Tav.* 9. *fig.* 1.) le BM, CN perpendicolari alla orizzontale AL saranno le altezze, donde discende l'acqua; e saranno $\sqrt{BM}$, $\sqrt{CN}$ come le celerità, e $BE\sqrt{BM} = GD\sqrt{CN}$, ma per i triangoli simili AMB, ANC si è $AB : BM :: AC : CN$; ed ancora $\sqrt{AB} : \sqrt{BM} :: \sqrt{AC} : \sqrt{CN}$; e perciò $BE\sqrt{AB} : BE\sqrt{BM} :: CD\sqrt{AC} : CD\sqrt{CN}$. Dunque la radice quadrata della potestà dell'iperboloide, cioè $\sqrt{p}$, sta alla quantità decorrente $y\sqrt{x}$, come $\sqrt{AB} : \sqrt{BM}$; oppure, come $\sqrt{AC} : \sqrt{CN}$, o dicasi nella ragione dimezzata della segante alla tangente, o del raggio al seno retto dell'angolo d'inclinazione; ed ancora la portata della corrente sarà come la potestà dell'iperbola ordinaria, in cui le ascisse prese sopra un'asintota ne rappresentino le celerità, e le ordinate ne rappresentino le altezze vive delle sezioni.

Se all'asse AC, col vertice in A, descrivasi la parabola prima $AHOP$, e si prolunghino le BE; CD in O, ed in P: le BO, CP saranno come le celerità; e perciò come $\sqrt{BM} : \sqrt{CN}$; ed ancora come $\sqrt{AB} : \sqrt{AC}$; onde sia la stessa cosa il trovare il centro A dell'iperboloide KED, quando sono date le ordinate BE, CD, e la differenza BC delle ascisse AB, AC; o pure il trovare il vertice della parabola, o dicasi il principio della discesa, quando è data la ragione delle ordinate, e la differenza BC delle ascisse: poichè nell'uno, e nell'altro caso trovasi

$$\frac{BC \times \overline{CD}^2}{\overline{BE}^2 - \overline{CD}^2}, \text{ oppure } \frac{BC \times \overline{BM}^2}{\overline{CN}^2 - \overline{BM}^2} = AB.$$

Non ſolamente ne' canali di fondo inclinato, ma eziandio in quelli di fondo orizzontale, per quali ſcorre l'acqua con qualunque acceleramento di moto, ha luogo il detto iperboloide, non correndovi tra l'una, e l'altra ſpezie di canali altro divario, ſe non che in quelle di fondo orizzontale, la AC tiene il luogo della orizzontale AL, e queſta fa le veci di una inclinata all'orizzonte; e le altezze vive BE, CD delle ſezioni caggiono ſopra le altezze BM, CN perpendicolari alla AC, per lo che ne' canali di fondo orizzontale la radice quadrata della poteſtà dell'iperboloide ſta alla portata della corrente nella ragione ſudduplicata del raggio alla tangente dell'angolo d'inclinazione LAC.

Si oſſervi, che la maſſima curvatura dell'iperboloide trovaſi nel ſuo vertice, dove faſſi la ſua minima diſtanza dal centro A; (*Tav.* 9. *fig.* 2.) e che quanto più la curva ſi allontana da eſſo centro più ſi avvicina all'aſintota, e faſſi minore la ſua curvatura; quindi intendeſi, perchè nelle eſcreſcenze de'fiumi s'acceleri il moto della loro ſuperficie, e queſta a maggiori altezze ſi elevi nelle maggiori diſtanze dalla foce, ſiccome più volte hanno oſſervato alcuni celebri Matematici.

2.° Potraſſi ancora determinare la maſſima concavità d'un arco EID dell'iperboloide, compreſo fra due altezze vive BE, CD lontane l'una dall'altra per una nota diſtanza BC: tirando la ſotteſa ED, e dividendo per mezzo in F la diſtanza BC colla perpendicolare FG, che taglia in G la ED: perchè ſarà $FG = \frac{BE + CD}{2}$; ma l'ordinata FI nell'iperboloide è $= \frac{AB \times BE^2}{AF}$; dunque $FG - FI$, cioè IG ſarà $= \frac{BE + CD}{2} - \sqrt{\frac{AB \times BE^2}{AF}}$.

3.° Date le ordinate BE, CD, e la diſtanza tra eſſe BC, ſi conoſce da Geometri la ſuperficie del trapezzo iperbolico $EBCD$, e ſi dimoſtra $= 2AC \times CD - 2AB \times BE$;

quindi se si cerchi la retta FI, che divide esso trapezzo per metà, trovasi $FI = \frac{2AC \times CD - 2AB \times BE}{BC}$.

4.° Finalmente in questa curva la sottangente FP essendo doppia della distanza AF, per i triangoli simili HPA, IPF si fa la AH sesquialtera di FI, e tagliata $AK = FI$ trovasi HK per la declività della HI per un qualunque punto I dato nella curva, rispettivamente alla orizzontale KI, tirata per lo stesso punto I.

Regola.

121 Vogliasi in primo luogo misurare un' acqua corrente per un canale regolare, (*Tav.* 9. *fig.* 3.) sensibilmente inclinato, il di cui fondo sia la retta AC inclinata sotto l'orizzontale AL.

Scelgansi due sezioni tanto fra loro distanti, che si possa ben discernere la differenza delle altezze vive BE, CD perpendicolari al fondo AC; e col livello la declività FC dall' una all' altra sezione. Misurisi ancora la distanza BC, facciasi come la differenza dei quadrati delle due altezze BE, CD al quadrato della minore CD; così la distanza BC ad un' altra, e questa sia la BA, sarà il punto A il principio equivalente dell' alveo, o dicasi della discesa; ma perchè in pratica siamo soliti di misurare le distanze orizzontalmente, onde non la inclinata BC, ma trovasi l' orizzontale $BF = MN$; perciò la quarta proporzionale ritrovata sarà la MA, la quale per egual modo ne dà lo stesso punto A. Trovato esso punto A, troverassi la declività, o discesa conveniente a ciascheduna delle due sezioni; anzi per qualunque altra ancora dello stesso canale, facendo, come la distanza BF alla discesa FC; così la distanza AM alla discesa MB, e la distanza AN alla discesa NC; e così qualunque altra distanza alla sua corrispondente discesa: essendo i triangoli AMB, ANC simili allo stesso triangolo BFC. Ma data la discesa, o caduta, si fa trovare la cele-

rità, che le compete; onde multiplicando essa celerità per l'area della sezione, il prodotto sarà la portata della corrente, che si cerca.

Che se non ostante una qualche declività del fondo, si trovassero uguali le altezze vive delle due sezioni, sarà questo un indizio sicuro del moto equabile dell'acqua, almeno per quel tratto: poichè in tale supposto l'acceleramento, che produrre dovrebbesi dalla declività, verrà continuamente distrutto dalle resistenze; onde la misura farassi come or ora diremo per i canali orizzontali. Che in questo caso il moto dell'acqua si faccia come ne' canali orizzontali, lo dimostra il metodo medesimo: poichè essendo $BE = CD$, fassi $\overline{BE}^2 - \overline{CD}^2 = o$; e quindi la distanza AB della prima sezione dal principio dell'alveo diviene $= \frac{BC \times \overline{CD}^2}{o}$, cioè infinita, e la superficie della corrente paralella al fondo, come ne' canali orizzontali.

In secondo luogo, il fondo del canale da misurarsi sia orizzontale, ma con tutto ciò corra l'acqua per esso con qualche acceleramento di moto, da qualche chiamata, o da qualunque siasi altra causa prodotto. In questo caso le altezze vive BE, CD delle due sezioni cadranno sopra le BM, CN; (*Tav.* 9. *fig.* 4.) e la distanza BA troverassi ancora, facendo, come la differenza dei quadrati delle due altezze al quadrato della minore, così la distanza misurata CB alla BA, che si cerca. Quindi, se superiormente al punto A continui uniforme il canale, misurandosi ivi l'altezza viva, il computo si farà come nei canali orizzontali; ma se ciò fare non si possa, e nemmeno colla livellazione del tratto susseguente conoscere il termine della chiamata senza il soccorso di qualche altro dato, la risoluzione del caso rimarrebbe indeterminata, e perciò di niun uso alla pratica, che si ha particolarmente in vista di facilitare. Scelgansi non pertanto due sezioni così fra loro distanti, che la superficie della corrente tra esse senza errore sensibile possa conside-

rarsi come un piano inclinato; il che facilmente avviene, o altrimente ricorrasi alle osservazioni del numero precedente circa la curvatura dell' iperboloide, quali medianti con semplice computo aritmetico otterrassi l' intento. Ciò posto, la differenza EF delle due altezze BE, CD potrà prendersi per la pendenza di essa superficie, e proseguirsi l' operazione nella stessa maniera, che nei canali di fondo inclinato*, a fine di trovare la caduta conveniente a ciascheduna delle due sezioni.

In terzo luogo, se tanto il fondo, quanto la superficie della corrente non avesse sensibile declività, anche in una grande distanza tra le due sezioni, ne seguirà, che le sezioni medesime sieno sensibilmente uguali; onde per tutto questo tratto sarà un canale sensibilmente orizzontale, per cui scorrerà l' acqua con celerità uniforme, e la celerità media troverassi alli quattro noni dell' altezza viva sotto la superficie della corrente.

Potrebbesi dubitare, se cotale celerità uniforme sia veramente quella, che compete alla sola altezza viva, o pure, se di quella sia maggiore, o minore. Toglierassi ogni dubbio osservando il moto dell' acqua stessa per qualche notabile tratto superiormente, ed inferiormente alle due sezioni. Poichè ogni impulso precedente, come più volte abbiamo altrove osservato, assai presto si estingue, e l' uguaglianza delle sezioni ne assicura della equabilità del moto, la quale equabilità di moto per un notabile tratto non può in verun modo comporsi coll' acceleramento di chiamata susseguente, e nemmeno col ritardamento di ringurgito cagionato da qualche ostacolo posto inferiormente alle sezioni. E volendo maggiormente accertarsi della detta uniformità di moto, ciò potrà farsi col mezzo di alcuno de' sopra descritti strumenti.

Trovata la portata col metodo, si dovrà fare ragione alle resistenze, le quali divengono rispettivamente maggiori nelle minori altezze vive, come notossi al n. 103.

ESEM-

ESEMPIO.

Sia in primo luogo un canale inclinato di fondo: l'intervallo tra le due sezioni sia di piedi 90.; la sua declività di pollici 4., l'altezza viva *B E* della sezione superiore sia di pollici 24., della inferiore *C D* di pollici 21., la larghezza del canale di piedi 4.

Dal quadrato 576. dell'altezza maggiore sottrisi il quadrato 441. dell'altezza minore, e facciasi come il residuo 135. al quadrato minore 441., così l'intervallo di piedi 90. alla distanza dal principio dell'alveo della sezione superiore, che si troverà di piedi 294. Di poi facciasi come 90. al 294., o pure come 135. al 441., così la nota declività di pollici 4. alla declività conveniente alla sezione superiore, che troverassi di pollici 13. o. 9., e quindi per la sezione inferiore di pollici 17. o. 9.; ma alla declività di pollici 13. o. 9. compete una celerità di piedi 8. 1. o. per minuto secondo, che multiplicati per la superficie della sezione superiore di piedi quadrati 8. danno piedi cubici 64. 8. o. Nella stessa maniera alla declività di pollici 17. o. 9. compete una celerità di piedi 9. 2. 10., che multiplicati per la superficie della sezione inferiore di piedi quadrati 7. danno piedi cubici 64. 8. 10. per la portata della corrente in ogni minuto secondo, prescindendo dalle resistenze. Ma dovendosi alle resistenze il suo riguardo, facciasi come 432. al 265.; così la portata ritrovata 64. 8. 10. alla effettiva, che sarà di piedi cubici 39. 8. 6. per ogni minuto secondo.

In secondo luogo sia orizzontale il fondo del canale; l'intervallo fra le due sezioni sia come sopra di piedi 90.; l'altezza della sezione superiore sia di pollici 24., della inferiore di pollici 21., sarà anche ivi la distanza dal principio equivalente dell'alveo della sezione superiore di piedi 294.; ma per averne la conveniente caduta nella supposizione, che per detto intervallo di piedi 90. la superficie corrente possa prendersi come un piano inclinato, facciasi come 135. differenza de' quadrati delle due altezze al 441. quadrato

dell' altezza minore, così la differenza delle altezze medesime, cioè pollici 3. alla caduta per la sezione superiore, che trovasi di pollici 9. $\frac{4}{5}$, e quindi per la sezione inferiore sarà di pollici 12. $\frac{4}{5}$. Calcolando qualunque di esse due sezioni trovasi la portata di piedi cubici 56. per ogni minuto secondo, prescindendo dalle resistenze; ma avuto il necessario riguardo alle medesime, cioè facendo come 432. al 265., così piedi cubici 56. alla portata effettiva, questa trovasi solamente di piedi cubici 34. 4. 2.

In codesta sorta di canali le cadute rispettive delle due sezioni possono trovarsi più speditamente: cioè per la superiore basta dividere il quadrato minore 441. per la somma 45. delle due altezze, ed avrassi la caduta di pollici 9. $\frac{4}{5}$; e per l' inferiore dividasi il quadrato 576. dell' altezza maggiore per la stessa somma 45., che avrannosi pollici 12. $\frac{4}{5}$; e ciò perchè le cadute sono proporzionali alle distanze dal principio dell' alveo; ed in questo supposto alle medesime sono anche proporzionali le loro differenze.

In terzo luogo, se tanto il fondo del canale, quanto la superficie della corrente siano sensibilmente orizzontali, e l' altezza viva sia di pollici 27., la celerità media troverassi ai quattro noni dell' altezza medesima, cioè pollici 12. sotto la superficie dell' acqua, e sarà di piedi 7. 8. 11. per ogni minuto secondo, che multiplicati per la superficie della sezione di piedi quadrati 9. danno piedi cubici 58. 5. 3., e fatta ragione alle resistenze, trovasi la portata effettiva solamente di piedi cubici 35. 10. 2.

122 Ne rimane ora a confermare questo metodo colle sperienze, a più chiara intelligenza delle quali, (*Tav. 9. fig. 5. e 6.*) si consideri la pianta, ed il profilo del canaletto conduttore, di cui parlossi nella prima parte al n. 3. Di quà, e di là della bocca dell' introduttore, e nella sponda sinistra del conduttore sonosi affisse due scale verticali divise in piedi, pollici, e linee; l' una in *A* distante dal salto *C* per piedi 30.; l' altra in *B* distante dalla prima per piedi 60. Chiuso lo scaricatore *E*, volgesi tutta la corrente nel conduttore

CD, cadendo l' acqua in *C* da un' altezza maggiore di un piede, dove dopo alcuni movimenti vorticosi s' incammina verso *D* con sensibile acceleramento di moto, non ostante che il fondo sia orizzontale, anzi acclive per qualche linea: perchè, oltrepassato il sito *D*, rientra nel vecchio suo fosso, che ha una insigne declività. Detto acceleramento fassi più considerabile quanto più abbonda la corrente; e per assicurarci della sua esistenza, fra molte altre fecesi alli 22. Agosto del 1765. la seguente osservazione. Nella sponda *AB* del conduttore segnossi una linea orizzontale, e si trovò, che alla distanza di tese 4. dal salto *C* la superficie della corrente era sotto detta orizzontale per linee 158.; dopo altre quattro tese per linee 164.; dopo altre quattro tese per linee 172.; dopo quattro altre tese per linee 176.; e dopo due tese per linee 181. circa. Quindi gli abbassamenti successivi della superficie corrente furono di linee 6, 14, 18, 23; e le differenze fra essi di linee 8, 4, 5, che sono un indizio certissimo dell' acceleramento nella corrente.

Scorrendo pertanto l' acqua naturalmente per la porzione regolare *CD* del conduttore, notavansi le altezze vive nelle due scale *A*, *B*. Poscia abbassata ad un tratto la cateratta *F*, ed aperto l' introduttore, per esso precipitavasi tutta nel fondo della Torre, da cui uscivane pel finestrino quadrato di otto pollici, e scaricavasi nell' attigua Vasca superiore. Da questa uscivane pel canaletto cicloidale, e passava nella Vasca inferiore. Quando questa era prossima al colmo, chiudevasi il canaletto cicloidale, e lasciavasi alzare l'acqua nella Vasca superiore, fino a tant' altezza, che rimanesse ancora capace a contenere l' acqua rimasta nella Torre, e nell' introduttore, tosto che fosse chiuso. Indi rialzata la cateratta *F*, l' acqua ripigliava il solito suo corso, quale ristabilito, osservavansi di bel nuovo le altezze sopra le due scale, per assicurarci, se durante lo sperimento, accaduta non fosse qualche alterazione nella corrente medesima; perchè in tal caso la sperienza non contava.

Ora essendo nota la capacità delle due Vasche, e misurandosi in ambedue le altezze dell' acqua contenuta, come altresì quella, che dalla inferiore entrava ne' canaletti con essa comunicanti, ed avendosi misurato il tempo dello scarico con un isquisito pendolo a secondi, rimane chiaro, come siasi trovata la portata effettiva della corrente in piedi cubici.

Dopo ciò è da notarsi ancora, che da principio urtando la corrente nella cateratta affatto abbassata del conduttore, parte rimbalzavane indietro, senza potersi tutto ad un tratto volgere ad angolo retto nell' introduttore. Il ringurgito però non potendo stendersi, che in vicinanza del salto, e venendo continuamente rispinto dalla cadentevi sopra, era con ciò forzata a sollevarsi, e sollecitata ad entrare nell' introduttore con altezza maggiore, compensando così il difetto della sua prima introduzione, e quale compenso promuoveasi ancora dall' acqua stessa rimbalzata, e ricadente in vicinanza alla bocca dell' introduttore. Non così compensare potevasi quella porzione di acqua, che necessariamente rimanevasi come stagnante nel fondo del conduttore, ivi rattenuta dalla elevazione di due pollici della soglia dell' introduttore sopra il fondo del conduttore; ma di questo difetto hassi sicuro il compenso, sapendosi, che il corpo dell' acqua rattenuta ha di lunghezza piedi 82., di larghezza piedi 2., e di altezza pollici 2., onde ne risulta un paralellepipedo acqueo di piedi cubici 27. $\frac{2}{3}$. Nel riferire codeste sperienze nemmeno seguitiamo l' ordine de' tempi, in cui furono fatte notandone però le date, ma bensì quello delle quantità, onde più chiare appariscano le differenze.

SPERIENZA 1.ª

A' 16. Ottobre 1765. l' altezza della corrente alla prima scala si trovò di pollici 14., alla seconda scala di pollici 11. Abbassata la cateratta *F* di modo, che il suo lembo inferiore rimanesse ancora elevato pollici 7. sopra il fondo, l' acqua rattenuta alzossi contro essa, e si rese come

ftagnante ad un' altezza dal fondo di pollici 24. $\frac{1}{2}$: facendo così un battente di pollici 17. $\frac{1}{2}$. Abbaſſata poi totalmente eſſa cateratta, ed aperto l' introduttore, acciocchè l' acqua tutta ſi ſcaricaſſe nelle Vaſche, nel tempo di minuti primi 3. $\frac{1}{2}$, cioè in minuti ſecondi 210. ſe ne ſcaricarono piedi cubici 1445. 7.

Calcolandoſi la portata col regolatore, eſſa trovaſi di piedi cubici 11. 11. 2. per ogni minuto ſecondo, e calcolandoſi colla regola delle due ſezioni, trovaſi di piedi cubici 11. 5. 6. Multiplicandoſi queſta per minuti ſecondi 210. dà piedi cubici 2406. 3., e facendoſi ragione alle reſiſtenze colla proporzione del 18. all' 11., riduconſi a piedi cubici 1464. 11. 2., o dicanſi 1465.; nelle Vaſche ſe ne ſono trovati 1445. 7., a' quali aggiungendo li 27. 4. rimaſti in fondo del conduttore, ſi fanno 1473. 6., onde ſiavi per parte del metodo il difetto di piedi cubici 8. $\frac{1}{2}$.

2.ª

A' 15. Ottobre l' altezza della corrente alla prima ſcala eſſendo di pollici 12. $\frac{1}{4}$, ed alla ſeconda ſcala di pollici 10., nel tempo di 4. minuti primi ſi ſcaricarono nelle Vaſche piedi cubici 1404. 6.

Calcolata la portata col metodo delle due ſezioni trovaſi di piedi cubici 9. 8. 5., quali multiplicati per minuti ſecondi 240. danno piedi cubici 2328. 4., che ridotti alla ragione del 18. all' 11. divengono 1422. 10., o dicanſi 1423.; ma gli effettivamente trovati nelle Vaſche ſono 1404. 6., ai quali aggiungendo li 27. 4. rimaſti in fondo al conduttore fanno 1431. 10., o dicanſi 1432., onde anche qui il metodo manchi per circa piedi cubici 9.

3.ª

Nel medeſimo giorno 15. Ottobre l'altezza della corrente alla prima ſcala eſſendo di pollici 12., ed alla ſeconda ſcala di pollici 10., ſi abbaſsò la cateratta *F* in modo, che il ſuo lembo inferiore rimaneſſe elevato pollici 5. $\frac{1}{2}$ ſopra il fondo; l' acqua rattenuta alzoſſi contro la medeſima, e ſi reſe come ſtagnante all'altezza di pollici 24., con che ſi fece un

battente di pollici 18. $\frac{1}{2}$. Abbaſſata poi totalmente la cateratta, ſi rivolſe tutta l'acqua a precipitarſi nella Torre per l' introduttore, verſo la metà del quale ſi trovò l'altezza viva di pollici 9. 9., ed un alzamento nel tubo Pitot di pollici 2. 9. Nel tempo di quattro minuti primi ſcaricaronſi nelle Vaſche piedi cubici d'acqua 1386. 6.

Calcolata la portata col regolatore trovaſi di piedi cubici 9. 5. 8., calcolata col tubo Pitot piedi cubici 9. 9. 4., e calcolata colla regola delle due ſezioni di piedi cub. 9. 6. 5. Multiplicando queſta per minuti ſecondi 240. dà piedi cubici 2288., che ridotti alla proporzione del 18. all' 11. fannoſi 1398. Agli effettivamente trovati nelle Vaſche 1386. 6. aggiugnendoſi li 27. 4. ritenuti nel fondo del conduttore, ſe ne hanno 1413. 10., o dicanſi 1414. eccedenti li 1398. per circa piedi 16.

4.ª

A' 3. Ottobre l'altezza alla prima ſcala ſi trovò di pollici 9. 6., ed alla ſeconda di pollici 8.; nel tempo di ſette minuti primi di ſcarico trovaronſi nelle Vaſche piedi cubici 1470. $\frac{1}{2}$. Calcolata la portata colle due ſezioni trovaſi di piedi 6. 9. 2. 6., che multiplicati per minuti ſecondi 420. danno piedi cubici 2842. 3. 6., e ridotti queſti alla proporzione del 18. all' 11. fannoſi piedi cubici 1738. 3. 6. Aggiugnendo alli 1470. $\frac{1}{2}$ trovati nelle Vaſche, li 27. 4. rimaſti nel conduttore, hannoſi piedi 1497. 10., o dicanſi 1498. mancanti dalli 1738. ritrovati col metodo per piedi circa 240.

Nòta: Quantunque alle minori altezze vive corriſpondino riſpettivamente maggiori reſiſtenze. Contuttociò l'ecceſſo della portata ivi ritrovato ſopra l' effettiva, non deveſi tutto attribuire alle maggiori reſiſtenze, molto meno a difetto del metodo; ma bensì a qualche difficoltà, che provoſſi nel chiudere a tempo il canaletto cicloidale; onde ne ſeguì ſpandimento di acqua dalla Vaſca inferiore. Come poi diminuire ſi poſſa la ragione del 18. all' 11. nelle piccole altezze vive, vedraſſi in fine di queſte ſperienze. Intanto proſeguiremo a valercene nelle ſeguenti.

5.ª e 6.ª

Nello stesso giorno avendosi l' altezza alla prima scala di pollici 9., ed alla seconda di pollici 7. $\frac{1}{2}$: nel tempo di sei minuti primi, e quarantacinque secondi, scaricaronsi nelle Vasche piedi cubici 1379. 8., e replicato nelle stesse circostanze lo sperimento, ma per minuti primi otto, e tre quarti se ne scaricarono 1780. Applicato il tubo Pitot alla seconda scala si fece un alzamento di pollici 2. 3. calcolata la portata col tubo Pitot trovasi di piedi 6. 8. 8.; e calcolata la medesima colle due sezioni, trovasi di piedi cubici 6. 2. 3. 6. Multiplicando questa per minuti secondi 405. del primo sperimento dà piedi cubici 2507. 4.; e multiplicata per minuti secondi 525. del secondo sperimento fa piedi cubici 3250. 3. Ridotti questi due numeri alla ragione del 18. all' 11. fannosi 1532., e 1986. Aggiugnendosi piedi 27. 4. alli 1379. 8. del primo sperimento si fanno 1407. mancanti dalli 1532. per circa piedi 125.; ed aggiugnendosi piedi 27. 4. alli 1780. del secondo sperimento si fanno 1807. mancanti dalli 1986. per 179. piedi circa.

7.ª

Nello stesso giorno l' altezza alla prima scala essendo di pollici 8. 7., ed alla seconda di pollici 7. 1., nel tempo di otto minuti primi scaricaronsi nelle Vasche piedi cub. 1523.

Calcolata la portata colle due sezioni trovasi di piedi 5. 8. 8., e multiplicata per minuti secondi 480. dà piedi cubici 2746. 8., che ridotti alla proporzione del 18. all' 11. fannosi 1678. 6. Aggiunti agli effettivamente ritrovati 1523. li 27. 4. rimasti nel conduttore, se ne hanno 1550. mancanti dal 1678. 6. dati dal metodo per 128. 6.

8.ª

Pure nello stesso giorno essendo la prima altezza di pollici 8. 6., e la seconda di pollici 7. 3., nel tempo di sette minuti primi scaricaronsi nelle Vasche piedi cubici 1326. 3., a' quali aggiugnendo 27. 4. si fanno in tutto 1353. 7.

La portata calcolata colle due sezioni trovai di piedi 5. 9. 5., che multiplicati per minuti secondi 420. fanno

2429. 7., e questi ridotti alla ragione del 18. all' 11. rimangono 1484. 9., eccedenti gli effettivi 1353. 7. per circa piedi 131.

9.ª e 10.ª

A' 17. Ottobre l'altezza alla prima scala essendo di pollici 7. 9., ed alla seconda di pollici 6. 6., nel tempo di otto minuti primi si scaricarono nelle Vasche piedi cubici 1328., a' quali aggiugnendo li 27. 4. si hanno piedi cub. 1355. 4.

Replicato nelle stesse circostanze lo sperimento, ma per dieci minuti primi trovaronsi nelle Vasche piedi cub. 1668., a' quali aggiugnendo li 27. 4. se ne hanno in tutto 1695. 4.

Calcolata la portata colle due sezioni trovasi di piedi cubici 4. 11. 7. 6., e calcolata col tubo Pitot trovasi di piedi 4. 11. 0. Multiplicando 4. 11. 7. 6. per i minuti secondi 480. si fanno 2385., e multiplicando la portata medesima 4. 11. 7. 6. per i minuti secondi 600. del secondo sperimento si fanno 2981. 3. Ridotti questi due numeri alla ragione del 18. all' 11. divengono 1457. 6., e 1821. 10. 6., o dicasi 1822., il primo de'quali eccede gli effettivi 1355. 4. per piedi 102., ed il secondo eccede gli effettivi 1695. per piedi 127.

11.ª

A' 18. Ottobre essendo l'altezza della corrente alla prima scala di pollici 7. 7., ed alla seconda di pollici 6. 1., nel tempo di minuti primi 10. $\frac{1}{2}$ scaricaronsi nelle Vasche piedi cubici 1667., a' quali aggiugnendo li 27. 4. fannosi 1694. 4.

La portata dataci dalle due sezioni è di piedi 4. 7. 9. 10., che multiplicati per minuti secondi 630. fanno 2930. 6., e questi ridotti alla ragione del 18. all'11. rimangono 1790. 10. 4., o dicansi 1791., eccedenti gli effettivi 1694. per piedi 97. circa.

12.ª

A' 17. Ottobre l'altezza alla prima scala essendo di pollici 6., ed alla seconda di pollici 4. 10., nel tempo di minuti primi sedici si sono avuti nelle Vasche piedi cubici di acqua

acqua 1642., e replicato nelle ſteſſe circoſtanze lo ſperimento, ritrovoſſi pure lo ſteſſo numero di piedi cub. 1642., a cui aggiunto 27. 4. ſi fa 1669. 4.

La portata dataci dalle due ſezioni è di piedi 3. 3. 5., che multiplicati per minuti ſecondi 960. fanno 3153. 4., queſti ridotti colla ſolita proporzione del 18. all' 11. rimangono 1926., eccedenti gli effettivi 1669. per circa piedi 258.

123 A' 10. Ottobre 1766. l' altezza della corrente alla prima ſcala eſſendo di pollici 6. 9., ed alla ſeconda di pollici 6. 2.; ove immerſo tre pollici il tubo Pitot ſi notò nel medeſimo un alzamento di linee 9. Calcolata la portata colle due ſezioni trovaſi di piedi 4. 3. 10. 0. 9., e col tubo di piedi 4. 3. 11. 8. 6.

A' 16. detto l' altezza alla prima ſcala eſſendo di pollici 8. 3., ed alla ſeconda di pollici 7. 3., ivi nel tubo Pitot immerſo pollici 3., ſi fece un alzamento di pollici 1. 5. Calcolata la portata colle due ſezioni trovaſi di piedi 5. 7. 11. 2., e calcolata col tubo trovaſi di piedi 5. 11. 0.

Da queſte, e dalle 1.ª, 3.ª, 5.ª, e 9.ª delle precedenti ſperienze, ſcorgeſi quanto baſta la convenienza tra le portate ritrovate col tubo Pitot, col regolatore, e col metodo delle due ſezioni. Le piccole differenze, che vi ſi notano, dovendoſi attribuire alla difficoltà dell' operare colla neceſſaria ſquiſitezza in una corrente veloce, la cui ſuperficie continuamente ondeggia.

124 Qui deveſi rendere conto de' divarj trovati fra le portate del metodo, e le effettive. Omeſſe le cagioni ordinarie della imperfezione, e variabilità della materia, non conſiderate nella teorica; della difficoltà di ſquiſitamente miſurare i tempi, e gli ſpazj; delle inevitabili omeſſioni ne' computi, per quali un divario talora ſprezzabile nella diſpenſa per un minuto ſecondo rendeſi conſiderabile, ſe venga multiplicato per un grande numero di ſecondi, ſiccome accade nelle ſperienze di lunga durata. Tutte queſte cagioni però, ed altre tali inſieme produrre non poſſono que' divarj, che ſonoſi ritrovati nelle ſperienze fatte con corpi di

acqua di poc' altezza viva. Altra da esse diversa dovrà esserne, se non l' unica, certamente la principale. E questa non può essere, che l' avere noi presa per costante la ragione del 18. all' 11.; mentre fassi la medesima sempre maggiore, quanto minore è l' altezza viva della corrente, come notossi al n. 103. In fatti nella prima sperienza, in cui trovossi un difetto di circa piedi 8. $\frac{1}{2}$; se facciasi come 432. al 265., così la portata 2406. trovata col metodo ad un' altra, essa trovasi di piedi 1476., che eccede l' effettiva 1473. per soli piedi 3. Il simile dicasi dell' altre due; ma nelle nove seguenti, i divarj sono tutti per eccesso, e fannosi maggiori non solamente a cagione della più lunga durata delle sperienze, ma ancora a cagione della picciolezza delle altezze vive. Ora per il numero 62. le diminuzioni delle portate cagionate dalle resistenze sono come le luci, o le sezioni, e queste essendo di uguale larghezza, le diminuzioni si fanno come le altezze vive; onde può farsi una Tavola, con cui assai da vicino si trovino le portate effettive, o le diminuzioni delle assolute, convenienti alle diverse picciole altezze vive. Per fondamento di essa Tavola prendansi in ciascuna sperienza le due portate, cioè quella trovata colla regola, e la effettiva trovata nelle Vasche; e facciasi come quella a questa, così il numero 18. ad un un altro, sarà

Nella	1.ª come	2406. 3. 0. alla	1473. 6.,	così 18.	all'	11. $\frac{54}{2406}$
Nella	2.ª	2328. 4.	1432.	18.		11. $\frac{64}{2328}$
Nella	3.ª	2288.	1414.	18.		11. $\frac{284}{2288}$
Nella	4.	2842. 3. 6.	. . . . .	18.		
Nella	5.ª	2507. 4.	1407.	18.		10. $\frac{1253}{2507}$
Nella	6.ª	3250. 3.	1807.	18.		10. $\frac{24}{3250}$

Nella 7.ª come	2747. 0. 0. alla	1550. 0., così 18.	al	10. $\frac{430}{2747}$
Nella 8.ª	2430.	1354.	18.	10. $\frac{72}{2430}$
Nella 9.ª	2385.	1355. 4.	18.	10. $\frac{546}{2385}$
Nella 10.ª	2981.	1695.	18.	10. $\frac{700}{2981}$
Nella 11.ª	2930. 6.	1694. 4.	18.	10. $\frac{1193}{2931}$
Nella 12.ª	3153.	1669. 4.	18.	9. $\frac{1671}{3153}$

Sebbene non debbasi far molto conto delle frazioni aggiunte ad ogni quarto termine ritrovato: con tutto ciò esse bastantemente dimostrano, che nelle altezze vive maggiori di un piede la proporzione del 18. all'11. è alquanto scarsa, e che più esatta è quella di 432. al 265., e nelle maggiori ancora quella del 324. al 199.; ma diminuendosi le altezze vive, essa proporzione del 18. all' 11. va facendosi successivamente maggiore della giusta, e conveniente a ciascheduna altezza. Di sorta che ad un' altezza di pollici otto il n. 11. si fa prossimamente 10.; e ad un' altezza di pollici sei si fa poco più di 9. $\frac{1}{2}$. Quindi senza pericolo di notabile divario possiamo in pratica valerci della seguente Tavola per le altezze vive minori di pollici 12., mentre per le altre ci varremo di quella del 432. al 265., e nelle massime di quella del 324. al 199.

Altezze di pollici.	Proporzioni decrescenti.	
12	dal 18	all' 11.
11	18	10. $\frac{3}{4}$
10	18	10. $\frac{2}{4}$
9	18	10. $\frac{1}{4}$
8	18	10.
7	18	9. $\frac{3}{4}$

Altezze di pollici.		Proporzioni decrefcenti.
6	dal 18	al 9. $\frac{3}{4}$
5	18	9. $\frac{1}{4}$
4	18	9.
3	18	8. $\frac{3}{4}$
2	18	8. $\frac{2}{4}$
1	18	8. $\frac{1}{4}$

Mediante codefta Tavola, potrannofi ancora trovare le portate delle correnti fotto qualunque altezza intermedia fra le ivi notate; e per efempio, quella della fperienza quarta; e proffimamente determinarfi la quantità dello fpandimento in effa accaduto. Era ivi l' altezza alla prima fcala di pollici 9. $\frac{1}{2}$, a cui nella Tavola corrifponderebbe il n, 10. $\frac{1}{2}$. Onde facendofi come 18. al 10. $\frac{1}{2}$, così la portata trovata col metodo 2842. ad un'altra, trovanfi piedi cub. 1632. 6. 6., da cui fottraendo l'acqua nelle Vafche mifurata, cioè 1497. 10., rimangono piedi cubici 134. 8. per l' acqua fparfa.

Così ancora l' acqua forzata a paffare fotto la cateratta di un regolatore foffre maggiori refiftenze di quella, che paffa per luci intagliate in laftre fottili, ben lifcie, e pulite. In fatti al n. 99. fi trovò, che per un' apertura larga un piede, alta fei pollici, cioè di un mezzo piede quadrato di fuperficie, la vena fu di pollici fuperficiali 3. 3. 9. 5., mentre fecondo la proporzione del 18. all'11. dovea effere pollici fuperficiali 3. 8., quindi non fu, che come 18. al 9. 11. 4. 3.; e nella prima di quefte la portata del regolatore fi trovò di piedi 11. 11. 2., e colle due fezioni fi trovò di piedi 11. 5. 6., onde quella a quefta fia come 11. al 10. 6. 9.

Confeguentemente alle fuddette cofe è chiaro il concorfo dei tre principj nel movimento delle acque per canali regolari: cioè delle celerità nella ragione dimezzata delle altezze, o difcefe; della reciprocazione delle fezioni colle medie loro velocità, e della diminuzione della celerità nella ragione delle aree delle luci in laftre fottili, e delle loro vene fommamente contratte; e poichè in parità di circoftanze trovafi quefta coftantemente,

cominciando da una luce quadrata, o circolare di un pollice per altre molte, e maggiori circolari, quadrate, e rettangolari, fino a quella della prima di queste sperienze, che è di pollici quadrati 336., e che in parità di circostanze gli effetti prodotti dalle medesime cause seguire deggiono una medesima legge; dunque in parità di circostanze la suddetta diminuzione delle celerità dovrà ancora aver luogo nei corpi di acqua corrente, maggiori di quelli delle nostre sperienze.

E quantunque ciò sembri doversi solamente avverare in que' canali regolari, le sezioni de' quali sono rettangole, possono però, e debbono avverarsi ancora in quelli, le sezioni de' quali non sono rettangolari: stante che la diversità di figura punto non turba la reciprocazione tra le sezioni, e le loro medie velocità, come nemmeno turba gli effetti degli altri due principj, ed allora solamente devesi aver riguardo alla figura delle luci, o delle sezioni, quando devesi trovare la portata di un' acqua corrente, considerata come uscente dal foro di una conserva, come quando si adopera il regolatore, il tubo Pitot, e talvolta ancora adoperandosi il quadrante. Per quali casi hassi la formola generale $S. y\, d x \sqrt{x+b}$; dove y espone una ordinatamente applicata della luce, x un' altezza indeterminata sotto la superficie della corrente, e b il battente, o declività della superficie medesima rispettivamente al luogo della sezione, e del principio equivalente dell' alveo, o della discesa.

125 Prima di porre fine a questo Capo, e di trattare de' canali irregolari: alle osservazioni del n. 103. circa varie altezze vive corrispondenti a varie quantità di acqua corrente: quivi ne aggiugneremo alcune altre. Poichè nei canali molto inclinati ogni gocciola di una medesima sezione cade da pari altezza, facendosi astrazione da ogni resistenza, ogni gocciola aver deve la medesima velocità. Quindi le altezze vive in una medesima sezione sono come le quantità fluenti, ed a questa proporzione più si avvicineranno i corpi di acqua maggiori nei canali più inclinati; e più se ne allontaneranno i corpi minori, e nei canali meno inclinati. Ma

nei canali aſſolutamente orizzontali, per difetto aſſoluto di ogni declività, non potendo naturalmente farſi verun moto progreſſivo per il n. 119., ed allora ſolamente cominciando a farſi ſenſibile movimento, quando comincia a renderſi ſenſibile la declività, ſiccome accade nei canali ſenſibilmente orizzontali, ne ſegue, che in queſti le altezze vive ſono ſenſibilmente nella ſuttriplicata ragione della duplicata delle quantità; quindi generalmente, ſe l' altezza viva di una ſezione dicaſi $= x$, la diſceſa ad eſſa ſezione corriſpondente dicaſi $= x \pm a$; la celerità ſarà come $\sqrt{x \pm a}$; e la quantità aſſoluta, cioè preſcindendo da ogni reſiſtenza, ſarà come $x \sqrt{x \pm a}$, che pongaſi $= q$. Avraſſi $x^3 \pm a x^2 = q^2$, onde ricaveraſſi l' altezza viva x. Quando ſarà $a = 0$, il canale ſarà orizzontale, e faraſſi $x^3 = q^2$, ed $x = \sqrt[3]{q^2}$.

Che ſe q rappreſenti la quantità effettiva, e ſi cercaſſe il valore effettivo di x, allora converrà introdurre nella formola il parametro p della parabola, che è la ſcala delle velocità, ed in oltre la ragione delle quantità aſſolute alle effettive ponendoſi $= \frac{m}{n}$, avraſſi la formola $x^3 \pm a x^2 = \frac{mq^2}{np}$.

Alla Tavola del n. 103. può aggiugnerſi la ſeguente molto più eſatta, che ricavaſi dalle precedenti ſperienze fatte molto più in grande, e con maggiore accuratezza.

Altezze vive alla prima ſcala Pollici	Altezze vive alla ſeconda ſcala Pollici	Quantità effettive in pied. cub. per ogni minuto ſecondo
14.	11.	7. 0. 2.
12. 3.	10.	5. 11. $\frac{3}{10}$
12.	10.	5. 10. 8.
9. 6.	8.	3. 10. 7.
9.	7. 6.	3. 5. 4.
8. 7.	7. 1.	3. 2. 9.
8. 6.	7. 3.	3. 2. 8.
7. 9.	6. 6.	2. 9. 10.
7. 7.	6. 1.	2. 8. 3.
6.	4. 10.	1. 8. 10.

Queste Tavole servono solamente a dimostrare, che diverse quantità d'acqua corrono sotto diverse altezze vive, prese nella medesima sezione.

CAP. IV.

Della misura delle acque correnti per canali irregolari.

126 SE il misurare le acque correnti per canali regolari, nei quali altre resistenze non trovansi, che le inevitabili del fondo, e delle sponde, si reputa comunemente cosa molto difficile: a dismisura crescere dovrebbero le difficoltà nei canali irregolari, ne' quali le resistenze variare si possono, e multiplicare indicibilmente. Con tutto ciò, se sperare non lice un metodo generale, si può però averne uno per la maggior parte de' casi; e per tutti, almeno un' approssimazione.

Facciamoci pertanto a considerare le irregolarità semplici ad una ad una, e per ciascheduna vedremo trovarsi il particolare suo ripiego, onde, quando più d'una di esse incontrerassi, bene spesso si potrà trovare il proprio, e conveniente al caso particolare. L' argomento abbisognerebbe in vero di essere più ampiamente trattato; ma la premura di dare quanto prima alle stampe questi sperimenti, non mi concede il tempo necessario ad un tal uopo. Ciò però, che qui diremo, aprirà certamente ad altri la via di procedere più innanzi nelle ricerche.

La prima semplice irregolarità si è la direzione tortuosa del corso. Quando questa sfuggire non si possa, o non si voglia, non essendo ciò assolutamente necessario, basterà misurare la distanza tra le due sezioni a seconda della curvatura della corrente medesima.

La seconda irregolarità semplice è la variazione della larghezza; ma neppure questa da se sola può alterare il metodo, perchè sempre le aree delle due sezioni ci daranno la

ragione delle loro medie celerità. Lo stesso deve dirsi, quando anche le due sezioni fossero di figura totalmente diversa.

La terza irregolarità semplice si è l'inclinazione di tutto il fondo, o parte di esso verso una sponda, o parte verso l'una, e parte verso l'altra; ma operandosi col metodo delle due sezioni, neppure questa irregolarità altera punto l'operazione, e solamente allora devesi aver riguardo alla diversità delle figure, quando la misura si fa col regolatore, col tubo Pitot, o in altra equivalente maniera.

La quarta si è la variazione d'inclinazione del fondo tra le due sezioni. Quando questa schivar non si possa, col prendere altrove l'una, o l'altra, o ancora ambedue le sezioni, bisognerà osservare, se l'angolo frammediante d'inclinazione diversa variar possa la naturale celerità tra le due sezioni. In qual caso potrebbesi far uso della regola del Varignon assai nota ai Meccanici, per trovare l'incremento, o il decremento di celerità da esso angolo cagionato. Per lo più basterà livellare diligentemente l'andamento del fondo, e della superficie della corrente, per venire in cognizione della declività conveniente al tratto di canale tra le due sezioni compreso.

La quinta irregolarità assai frequente si è quella fatta da dossi, o banchi di rena, ghiaia, o sassi; da vallicelle, e concavità scavate nella parte più tenera del fondo, o delle sponde. Cotal sorta d'irregolarità non può altrimente correggersi, se non con un diligente scandaglio, ed esame; onde possa l'Idrometra formarsi un giudizioso ragguagliamento, su cui appoggiare le sue calcolazioni. Sapendosi poi, come ciascheduna di coteste irregolarità semplici possa correggersi, troverassi pure qualche modo per correggerne le più composte; per altro rari sono quei casi, nei quali debba un Idrometra determinare con qualche esattezza la portata di una grossa corrente irregolare, senzachè possa sfuggirne, o emendarne almeno in parte le irregolarità più considerabili. Imperciocchè la precisione ordinariamente non si richiede,

richiede, che ne' canali manofatti, nei quali trovasi sempre qualche tratto regolare, o che con qualche industria può rendersi come tale, a fine di agevolarne, e di assicurarne la misura.

Avvertite pertanto, ed esaminate le circostanze, si misurino due sezioni nel tratto di canale, che giudicherassi più opportuno, la distanza tra esse, e la declività tanto del fondo, che della superficie in esso tratto. Le aree delle sezioni ne daranno sempre la ragione delle loro medie celerità dalle resistenze modificate; e facendosi come la differenza tra i quadrati delle due sezioni al quadrato della minore, così la distanza tra le due sezioni ad un' altra si avrà la distanza della sezione maggiore, o superiore dal principio equivalente dell' alveo; ed essendosi trovata colla livellazione l' inclinazione del fondo tra le due sezioni, colla semplice regola di proporzione troverassi la declività, o caduta conveniente a ciascheduna delle due sezioni come al n. 121.

Che se il fondo sia orizzontale, e perciò le altezze vive sieno al medesimo perpendicolari, e la superficie della corrente tra le due sezioni sia sensibilmente piana, la caduta per ogni sezione troverassi con un metodo simile a quello posto nella nota dell' esempio del n. 121.; cioè per la sezione superiore dividasi il prodotto del quadrato dell' altezza viva della sezione inferiore, multiplicato per la larghezza della medesima, ancorchè ragguagliata, per la somma delle due sezioni, il quoziente sarà la caduta spettante alla sezione superiore; e per la sezione inferiore dividasi il prodotto del quadrato dell' altezza viva della sezione superiore multiplicato per la larghezza della medesima ancorchè ragguagliata, per la medesima somma delle due sezioni, il quoziente sarà la caduta spettante alla sezione inferiore.

Di sorta che dicendosi A l' altezza viva della sezione superiore, B la sua larghezza, e dicendosi a l' altezza viva della sezione inferiore, b la sua larghezza, sarà la caduta per la sezione superiore $= \frac{ba^2}{AB + ab}$, e per la sezione infe-

riore sarà $\frac{BA^2}{AB + ab}$. Tenendosi ferma la supposizione, che la superficie corrente tra le due sezioni si consideri come un piano inclinato: questa regola può dimostrarsi indipendentemente dal n. 121. Imperciocchè dicendosi a l' altezza viva di una sezione, e dicendosi b l' altezza viva di un' altra sezione della medesima larghezza, e portata, saranno anche quivi le celerità reciproche alle altezze a, b, e la loro differenza $a - b$ potrà prendersi per l' intercetta, o dicasi per la differenza delle ascisse corrispondenti a due ordinate nella parabola, delle quali è data la ragione. Quindi facendosi per la sezione prima, come $a^2 - b^2 : b^2 :: a - b : \frac{ab^2 - b^3}{a^2 - b^2} = \frac{b^2}{a + b}$, sarà questa la sua caduta. Similmente per la sezione seconda, facendosi $a^2 - b^2 : a^2 :: a - b : \frac{a^3 - a^2b}{a^2 - b^2} = \frac{a^2}{a + b}$, sarà questa la sua caduta, indipendentemente da ogni distanza tra esse, o dal principio dell' alveo.

Se la sezione prima, o superiore si trovasse maggiore della seconda, o inferiore, sarà indizio certo di moto ritardato, e di ringurgito, e l' eccesso di questa sopra quella ne farà ritrovare la proporzione del ritardamento sopra la celerità della prima sezione, il quale potrà venire cagionato o dalla acclività del fondo, o dal soverchio ristrignimento dell'alveo, o da qualche ostacolo al libero corso dell'acqua, posto inferiormente alla seconda sezione. In ogni caso, operandosi come avanti, troverassi non l' equivalente principio dell' alveo; ma l' estensione del ringurgito, e quanto manchi di caduta la sezione inferiore, per uguagliarsi in celerità alla superiore, e potersi quindi considerare per orizzontale il tratto di canale tra le due sezioni compreso.

Se poi le aree delle due sezioni si trovassero uguali, sarà pur certo, che uguali sono le loro celerità medie; quindi il moto tra le due sezioni potrà prendersi per uniforme, ed equabile, e farassi luogo alle considerazioni di questo caso, poste al n. 121.

Finalmente, ſe per niuna maniera miſurare ſi poſſano due ſezioni, come eſige queſta regola, e ci abbiſogni miſurarne una ſola, di cui nemmeno ſe ne poſſa inveſtigare la conveniente caduta: allora reſta indiſpenſabile l' uſo di qualche ſtrumento, tra' quali il più comodo, e ſicuro ſi è certamente il tubo Pitot, che può dirſi nato fatto per quei caſi, che ſono alla noſtra induſtria ſuperiori; ſoltanto che colla diligenza, e pazienza ſi procuri di ſupplire alla inſtabilità delle ſue vibrazioni; ed in caſo, che non ſi aveſſe altro, potraſſi ancora adoperare il quadrante, medianti però quelle cautele, che a ſuo luogo ſonoſi accennate. Troppo facile eſſendo l' errare nell' uſo di queſto ſtrumento, maſſimamente ſe cercar ſi doveſſero le velocità effettive ſenza verun'altra precedente ſicura ſperienza.

Finalmente ci ſovvenga, che operando in alcuna delle da noi qui eſpoſte maniere, dovranno ſempre ridurſi o le quantità, o le celerità medie, o pure le ſezioni alla ragione delle reſiſtenze riſpettivamente alle diverſe altezze vive, cioè del 324. al 199. nelle altezze maſſime, a quella del 432. al 265. nelle maggiori di un piede, e nelle minori alla ragione del 18. a quel numero minore dell'11., che loro corriſponde nella Tavola del n. 124.

C A P. V.

Della miſura delle acque correnti regolata col piede liprando di Torino.

NON oſtante che le regole immediatamente dedotte dai principj generali poſſano praticarſi con ogni genere di miſure; e ſolamente quelle, che fondate ſono ſopra ſperienze fatte con miſure particolari, abbiſognino di riduzione: contuttociò parmi convenientiſſima coſa, dopo di avere nel corſo di queſt'opera procurato il comune vantaggio, col valermi in eſſa ſempre delle miſure di Parigi, come le più note a' Geometri, l'impiegarne queſto ultimo Capo al parti-

colare di que' Periti compatriotti, che difficoltà incontrassero nel ridurre alle misure Torinesi le sovra esposte regole del misurare le acque correnti.

127 Cominciando pertanto dalla celebre sperienza dell' Ugenio circa la discesa de' gravi liberamente cadenti, di cui fecimo continuo uso in quest'Opera: dalla detta sperienza, anzi ancora da dimostrazione meccanica consta, che un grave liberamente cadendo, e cominciando dalla quiete il suo moto, percorre in un minuto secondo piedi 15., pollici uno del piede di Parigi. Il quadruplo di quale spazio, cioè piedi 60., linee 4. si fa il parametro della parabola, che è la scala delle velocità successivamente acquistate dal grave cadente in ogni punto della sua discesa. Riducendosi esso parametro a piedi liprandi, trovasi di piedi 38. 1. 4., che per maggior facilità, e per altri riguardi ancora può computarsi solamente di piedi 38., rimanendo così più accurato, che quello di 60. piedi Parigini.

Quindi, se data una caduta, o libera discesa di un grave, si cerchi la velocità da esso acquistata nel fine della discesa, si dovrà multiplicare la data caduta espressa in piedi, ed once liprandi per 38.; dal prodotto se ne caverà la radice quadrata, questa esprimerà in piedi, ed once liprandi lo spazio, che dal medesimo grave percorrerebbesi in un minuto secondo, movendosi con una celerità uniforme, uguale a quella, che ha acquistata nel fine della sua discesa. Per esempio, se l' altezza della caduta fosse di once 20., o dicasi piedi 1. 8., si multiplichi 38. per 1. 8., dal prodotto 63. 4. estraggasi la radice quadrata prossima 7. 11. 6., e tanto sarà lo spazio, che in un minuto secondo percorrerebbe il detto grave con una celerità uniforme, uguale alla da esso acquistata al fine della discesa da piedi 1. 8.

Se fosse data la velocità, cioè fosse noto lo spazio percorso in un minuto secondo, e si cercasse l' altezza, da cui cadendo un grave, acquistar potesse essa velocità. Si multiplichi in se stesso lo spazio noto, ed il prodotto si divida per 38., il quoziente sarà la ricercata altezza. Sapendosi,

per esempio, che un mobile ha tale velocità, con cui percorre piedi 7. 11. 6. in un minuto secondo, e sapere si voglia da quale altezza cadendo acquistar possa tale velocità: si multiplichi in se stesso lo spazio di piedi 7. 11. 6., ed il prodotto 63. 4. dividasi per 38., il quoziente piedi 1. 8. sarà l'altezza ricercata. Ciò posto l'uso del galleggiante, della ruota, del tubo Pitot, del regolatore, del quadrante, e la regola delle due sezioni farassi nel rimanente, come a suo luogo si è spiegato.

128 Dopo ciò egli è necessario, che si determini una quantità costante, ed invariabile, che serva di misura comune in ogni sorta d'acque correnti. Questa comune misura nei varj Stati d'Italia si è di un piede, o braccio quadrato di ciaschedun paese. Così pure nel Piemonte ella è di un piede liprando quadrato, che suol chiamarsi una ruota d'acqua. Esso quadretto, o ruota dividesi in dodici parti uguali dette once, ed ogni oncia in dodici parti uguali, dette punti, e così successivamente.

Codesta consuetudine sta benissimo, e devesi ad ogni modo ritenere; ma la difficoltà consiste, che ritenendosi di questa, o di qualsivoglia altra grandezza il quadretto, o la ruota di acqua, se non abbiasi riguardo alla celerità, con cui questa passa per tali aperture, si commetteranno gravissimi errori: poichè per una medesima apertura passar possono in tempi uguali quantità di acqua disugualissime, e quali farannosi tanto maggiori, o minori, quanto maggiore, o minore sarà la velocità del passaggio. Perlochè la semplice determinazione delle bocche a nulla giova: richiedendosi assolutamente, che si determini un certo grado di velocità, onde resti determinata la quantità dell'acqua in un tempo dato. Codesto grado di celerità deve essere tale, che naturalmente, e senz'altra riduzione possa avere luogo in ogni caso, e circostanza, acciocchè si abbi una misura certa, e determinata per trovarne in ogni occorrenza le quantità; onde non deve fissarsi ad arbitrio, o con riguardi lontani da quello, che ne prescrive la natura medesima, altrimente

non avrassi nè regola , nè misura certa , e generale :

Il grado di velocità necessario a tal uopo viene dalla natura stessa determinato in questo modo : immaginiamoci aperta nella sponda di una vasta conserva di acque, come di un lago , una luce quadrata di un piede liprando , intagliata in lastra sottile , e collocata col suo lato superiore, come dicesi a fior d' acqua , cioè di livello colla superficie orizzontale dell' acqua stagnante nella conserva .

Per una tale apertura usciranne l' acqua col minimo grado di celerità naturale , che compete ad un' altezza viva di un piede liprando , e la sua celerità media troverassi precisamente ai quattro noni di esso piede; cioè ad once cinque, punti quattro sotto la superficie dell' acqua ; ma ad un'altezza di once cinque , punti quattro , per la regola precedente corrisponde una celerità uniforme di piedi 4. 1. 4. per minuto secondo ; dunque , se l' acqua sgorgasse per detta apertura , senza ristrignimento di vena , avrebbonsene per ogni minuto secondo piedi cubici 4. 1. 4. altrimente li piedi cubici 4. 1. 4. dovranno ridursi alla proporzione del 432. al 265., onde farannosi solamente piedi cubici 2. 6. 3.

La dispensa intera , o massima potrassi ottenere coll' armare l' apertura di un imbuto della forma descritta ai numeri 89., e 90., qualunque siasi il battente , o la pressione dell' acqua uscente . Quindi nel caso di dispensa intera , o massima , il quadretto , o ruota d' acqua sarà di once cubiche 7104., e la sua dodicesima parte, cioè l'oncia d'acqua sarà di once cubiche 592. per ogni minuto secondo ; e nel caso di dispensa diminuita, cioè di naturale ristrignimento di vena , il quadretto , o ruota d' acqua conterrà once cubiche 4356., e la sua dodicesima parte , cioè l'oncia conterrà once cubiche 363. per ogni minuto secondo .

129 Il metodo poi di calcolare la portata di una qualunque luce , o sezione , è assai facile insieme , ed elegante ; ne abbisogna di Tavole di alcuna sorta. Questo vedesi applicato nei tre seguenti esempi , i quali contengono tutti i casi possibili con bocche rettangolari .

Il primo esempio estendesi a tutte le sezioni di un canale sensibilmente orizzontale, ed alle luci immediatamente aperte a fior d' acqua, cioè col loro lato superiore, collocato nella superficie d' un' acqua, che si considera come stagnante in una conserva. Siane la larghezza di piedi cinque, l' altezza di piedi due, once tre. Estraggasi la radice quadrata dall' altezza 2. 3. 0., sarà questa piedi 1. 6. 0., si multiplichi 1. 6. 0. per l' area della bocca, cioè per piedi quadrati 11. 3. 0., e si avranno quadretti, o ruote 16. 10. 6.

Volendosi dopo ciò sapere quanti piedi cubici vagliano essi quadretti, o ruote 16. 10. 6., avvertasi, se la dispensa, o portata sia intera, o pure se diminuita. Nel primo caso multiplichinsi 16. 10. 6. per 4. 1. 4., e si avranno piedi cubici 69. 4. 6. in ogni minuto secondo; e nel caso di portata diminuita si multiplichino le ruote 16. 10. 6. per 2. 6. 3., e si avranno piedi cubici 42. 6. 5. 7. 6. per ogni minuto secondo. Trovata la portata per un minuto secondo, è chiaro, che multiplicandola per 60., si avrà quella per un minuto primo; e questa ancora multiplicata per 60. si avrà quella per un'ora, e questa multiplicata per 24., sarà quella di un giorno ec.

Sapendosi in oltre, che un piede liprando cubico d'acqua pesa circa libbre 360., e che la brenta si computa di once cubiche 628.: facilmente troverassi il peso, o il numero delle brente, e delle carra di una nota quantità d' acqua; ed all' opposto sapendosi il peso, o il numero delle brente, o carra di una certa quantità d'acqua, potrassi trovare il suo volume in piedi cubici, once ec.

130 Per secondo esempio sia una bocca di larghezza cinque piedi, di altezza viva piedi due, once tre; ma con un battente di tre once, cosicchè la totale altezza dell'acqua dalla soglia della bocca fino alla sua superficie orizzontale sia piedi 2. 6. 0.

Si multiplichi l' altezza intera 2. 6. 0. per la sua radice quadrata 1. 7. 0., il prodotto 3. 11. 6. scrivasi a parte. Si multiplichi l' altezza del battente 0. 3. 0. per la sua radice quadrata 0. 6. 0., ed il prodotto 0. 1. 6. sottraggasi dal 3. 11. 6., il rimanente 3. 10. si multiplichi per la larghezza

piedi 5., e si avranno quadretti, o ruote 19. 2. 0., quali multiplicate per 4. 1. 4. daranno piedi cubici 78. 9. 6. 8., nel caso di portata intera; o pure multiplicate per 2. 6. 3. si avranno piedi cubici 48. 3. 9. 6. per ogni minuto secondo nel caso di portata diminuita.

Si noti, che la regola, con cui si è calcolato questo esempio, è la medesima, che quella da praticarsi, facendo uso del regolatore, o del tubo Pitot.

131 Per terzo esempio sia la sezione di un canale inclinato larga piedi cinque, l'altezza viva della corrente perpendicolare al fondo sia di piedi uno e mezzo. Ad essa sezione corrisponda una caduta, o discesa di once dieci dal principio equivalente del moto, come si spiegò al n. 121. In questo caso si noti, che la caduta di once dieci compete a tutta intera la sezione, e quindi ancora la celerità da essa caduta prodotta. Multiplichinsi le once dieci, cioè 0. 10. 0. per piedi 38., dal prodotto 31. 8. 0. se ne estragga la radice quadrata 5. 7. 6. 4. Per questa si multiplichi la superficie della sezione, cioè piedi quadrati 7. 6. 0., ed il prodotto 42. 2. 5. 6. saranno i piedi cubici della portata in un minuto secondo, i quali volendosi ridurre a ruote, si dovrà riflettere, se essi piedi cubici sieno effettivi, cioè, se la portata sia l'intera, perchè in questo caso dividendosi piedi cubici 42. 2. 5. 6. per 4. 1. 4., si avranno ruote grandi 10. 3. 2., e dividendosi per 2. 6. 3., si avranno 16. 8. 10. 10. ruote picciole, o semplici.

Ma se li piedi cubici 42. 2. 5. 6. non sieno effettivi, cioè la portata sia la diminuita, allora dividendosi per 4. 1. 4., il quoziente 10. 3. 2. sarà di ruote picciole: il che bisogna ben avvertire. O pure volendosi, come nei due precedenti esempi, trovare a dirittura il numero delle ruote, si multiplichi l'area della sezione di piedi quadrati 7. 6. 0. per la radice quadrata di 0. 10. 0., cioè per 0. 10. 11. 5., ed al prodotto 6. 10. 1. 7. 6. aggiungasi la sua metà 3. 5. 0. 9. 9.; sarà la somma 10. 3. 2. il numero delle ruote, o quadretti, che si cerca, il quale ridurrassi in piedi cubici, multiplicandolo per

per 4. 1. 4., ſe la portata ſia intera, o ſolamente per 2. 6. 3., ſe la portata ſia la diminuita.

Nota, che alla portata ritrovata qui ſi aggiugne la ſua metà: appunto perchè la caduta di once 10., e quindi la ſua corriſpondente celerità compete a tutta intera la ſezione; laddove la celerità, con cui ſi è computato il valore della ruota, non è, che la media, cioè la corriſpondente ai $\frac{4}{9}$ dell' altezza di un piede; ma ogni celerità intera, o maſſima corriſpondente ad una data altezza è ſeſquialtera della ſua media; perciò volendoſi tenere fermo il valore della ruota, biſogna aggiugnere alla portata ritrovata in queſto modo eſpreſſa in quadretti, o ruote, la ſua metà, come ſi è fatto; o pure biſognerebbe dividere eſſa portata ritrovata ſolamente per le due terze parti della ruota.

132 Dovendoſi determinare la quantità d' acqua neceſſaria al movimento di una qualche macchina, deve eſſerci appieno noto il meccaniſmo della medeſima, e conoſcerſi la ſomma delle reſiſtenze tutte da vincerſi; onde computare ſi poſſa la forza conveniente al movimento da farſi. Dopo il che ſapendoſi, che il piede liprando cubico di acqua peſa libbre di Piemonte 360., ed eſſere la ſteſſa coſa, che una ſuperficie piana ſia premuta da un corpo d' acqua ſtagnante, o che la ſuperficie medeſima ſia percoſſa da un' acqua caduta da pari altezza, che quella della ſtagnante; e dimoſtrandoſi quella preſſione affatto uguale a queſta impreſſione, ne ſegue, che una qualunque impreſſione potrà ſempre eſprimerſi con un qualche peſo: cioè multiplicando la ſuperficie percoſſa per quell' altezza, che produrre può la celerità, con cui ſi fa l' impreſſione, ed il prodotto eſpreſſo in piedi, once ec. liprandi, multiplicato per 360. ne darà il numero di libbre, once ec. equivalenti all' impreſſione.

Qui però debbonſi avvertire due coſe: la prima ſi è, ſe l' impreſſione facciaſi con tutta intera la velocità competente alla effettiva caduta, o pure ſe con una velocità dalle reſiſtenze modificata, ſiccome accade nelle acque correnti per canali poco inclinati, o chiuſa dentro canelli, o docce: per-

chè in questi casi l' altezza non è la effettiva della discesa; ma bensì quella, che corrisponde alla celerità dalle resistenze diminuita. Per difetto di codesta avvertenza molte sperienze non corrispondono fedelmente alla teorica.

La seconda si è il conoscere, come un medesimo corpo di acqua cangi di forza col cangiare di caduta. Per esempio, un corpo di acqua alto un piede, o caduto dall' altezza di un piede, premendo, o urtando una superficie quadrata anche di un piede, fa una pressione, o una impressione equivalente a libbre 360.; ma se il corpo stesso caggia da un' altezza di tre piedi, allora esso corpo non farà più una sezione quadrata di un piede, cioè di once quadrate 144.; ma solamente di once quadrate 83. circa, cioè diminuirà la sezione nella ragione di $\sqrt{3}$ all' 1; ma multiplicandosi queste once quadrate 83. per le 36. di caduta fanno once cubiche 2988., o sia piedi cubici 1. 8. 9., che multiplicati per libbre 360. fanno libbre 622. 6. per l' impressione fatta dal medesimo corpo di acqua con l' intera velocità dovuta ad una libera discesa di tre piedi.

Quando si sa misurare con qualche esattezza un' acqua corrente, e determinarne la forza, o l' impressione, di cui è capace, possono risolversi molte quistioni d' Idraulica, ed Idrometría; ma perchè queste appartengono piuttosto ad un trattato generale, che ad un particolare, in cui non si è avuto altra mira, che quella di accertarne i principj, non meno colle sperienze, che colla ragione; di spiegarne l'adattamento al libero, e naturale corso delle acque; di dichiarare l' uso degli strumenti dagli Autori propostici per indagarne le celerità; e principalmente di assicurarne, e facilitarne la misura, e la giusta distribuzione; perciò quivi non aggiugnerò altro. Se abbia io interamente adempiuto a quanto mi sono proposto, giudicalo tu, saggio Lettore: ed in ogni caso . . . . *Si quid novisti rectius istis*
Candidus imperti; si non, his utere mecum.

IL FINE.

SECONDO PIANO.

PIANO INFIMO.

CAP. IV.

Sperienze con aperture di un pollice.

PIANO SUPERIORE.

PIANO SECONDO.

PIANO INFIMO.

CAP. V.

CAP. VI.

PARTE II. CAP I.

CAP. II.

Del trovare praticamente le celerità delle acque correnti.

CAP. III.

CAP. IV.

CAP. V.

CORREZIONI.

Pag. 11 lin. 17 *dasse*, leggi *desse*.
15 in fine della Tavola ivi, *pollici* 19.9.5., leggi 19.9.9.
22 lin. 13 *forma*, leggi *e forma*.
176 lin. 9 (*Tav.* 9. *fig.* 1.), leggi (*Tav.* 8. *fig.* 7.).
177 lin. 9 perpendicolari alla *AC*, aggiugni (*Tav.* 8. *fig.* 1.).
197 lin. 24, e 29 *multiplicato per la*, leggi *multiplicato nella*.
199 in fine della linea 22, aggiugni *per averne le effettive*.

D POLLICI.

	Luci	A	Piedi cubici per ogni minuto fecondo					Vene diminuite date dal calcolo			
1.ª	Piedi	6.									
2.	Luce quadrata	6.	0.	9.	3.	3.		5.	7.	0.	
3.		6.	0.	9.	3.	3.		5.	7.	0.	
4.		6.	0.	9.	5.	3.		5.	7.	0.	7.
			0.	9.	5.	2.	3.	5.	7.	2.	11.
5.	Con tubo quadro	6.	1.	0.	5.	9.	$\frac{1}{2}$	7.	3.	11.	3.
6.		6.	1.	0.	4.	10.		7.	4.	0.	5.
7.	Con luce circolare	6.	0.	7.	2.	10.	4.	4.	4.	0.	0.
8.		6.	0.	7.	3.	0.	3.	4.	4.	0.	0.
9.	Con tubo cilindrico	6.	0.	10.	0.	0.	2.	5.	11.	9.	9.
10.		6.	0.	9.	11.	4.	11.	5.	11.	4.	8.
11.	Luce quad., ed imb. cicloidale	6.	1.	2.	0.	7.	0.	8.	5.	4.	0.
12.		6.	1.	2.	0.	7.		8.	5.	5.	1.
13.	Con imb. cicl., e tubo quadro	6.	1.	2.	7.	2.		8.	7.	10.	1.
14.		6.	1.	2.	7.	4.	10.	8.	7.	7.	6.
15.	Con luce quadrata	11.	1.	0.	1.	11.		5.	6.	2.	
16.		11.	1.	0.	2.	0.	3.	5.	6.	1.	
17.		11.	1.	0.	2.	10.	10.	5.	6.	4.	
18.		11.	1.	0.	2.	10.	10.	5.	6.	1.	11.
19.		11.	1.	0.	3.	0.	6.	5.	6.	4.	1.
20.		11.	1.	0.	2.	10.	11.	5.	6.	2.	5.

POLLICI.

	Luci		Piedi cubici per ogni minuto fecondo	Vene diminuite date dal calcolo
21.	Piedi	1	1. 3. 10. 1. 2.	7. 2. 6.
22.	Tubo quadro	1	1. 3. 9. 11.	7. 2. 9. 6.
23.	Con luce circolare	11	0. 9. 6. 8. 4.	4. 3. 11. 3.
24.		11	0. 9. 6. 2. 4.	4. 3. 11. 7.
25.	Con tubo cilindrico	11	1. 1. 2. 6. 7.	5. 11. 8. 2.
26.		11	1. 1. 2. 9.	5. 11. 10. 3.
27.	Con luce quadrata, ed imb. cicl.	11	1. 5. 11. 11.	8. 1. 7.
28.		11	1. 6. 4. 4. 4.	8. 3. 9.
29.		11	1. 6. 5. 7.	8. 4. 3. 1.
30.		11	1. 6. 5. 7.	8. 4. 4.
31.		11	1. 6. 5. 7.	8. 4. 2. 1.
32.		11	1. 6. 4. 2. 3.	8. 3. 8.
33.	Con imb. cicl., e tubo quadro	11	1. 7. 2. 4.	8. 8. 1. 1.
34.		11	1. 7. 2. 2.	8. 7. 11.
35.		11	1. 7. 2. 2.	8. 7. 10. 6.
36.	Con imb. cicl., e tubo cilindrico	11	1. 2. 6. 9. 7.	6. 7. 2.
37.		11	1. 2. 4. 1.	6. 5. 4.

D

POLLICI.

A

	Luci		Piedi cubici per ogni minuto secondo	Vene diminuite date dal calcolo
38.ª		Piedi 21.		
39.	Con luce quadrata	21.	1. 4. 7. 4.	5. 6. 4.
40.		21.	1. 4. 8. 4.	5. 6. 5.
41.		21.	1. 4. 7. 10.	5. 6. 4. 10.
42.		21.	1. 4. 7. 8. 3.	5. 6. 4. 7.
43.	Con tubo quadro	21.	1. 4. 8. 2. 10.	5. 6. 6. 7.
44.		21.	1. 9. 11. 11. $\frac{21}{25}$	7. 3. 10. 10.
45.	Con luce circolare	21.	1. 9. 11. 5.	7. 3. 9. 0.
46.		21.	1. 1. 0. 4. 8.	4. 4. 1. 0.
47.	Con tubo cilindrico	21.	1. 1. 0. 2. 10.	4. 4. 1. 0.
48.		21.	1. 5. 11. 4.	5. 11. 5. 10.
49.	Con imbuto cicloidale	21.	1. 5. 11. 0. 4.	5. 11. 3. 6.
50.		21.	2. 1. 4. 8.	8. 5. 8.
51.	Aggiunto il tubo quadro	21.	2. 1. 6. 0.	8. 6. 1.
52.		21.	2. 1. 9. 2. $\frac{4}{5}$	8. 6. 11.
53.	Con imb. cicl. maggiore	21.	2. 2. 0. 5.	8. 7. 8. 5.
54.		21.	2. 1. 10. 6. $\frac{2}{5}$	8. 7. 7. 6.
55.		21.	2. 2. 0. 9. $\frac{1}{5}$	8. 8. 2. 6.
56.		21.	2. 2. 2. 0.	8. 8. 4. 8.
57.	Con imb. cicl. maggiore, e tubo quadro	21.	2. 2. 1. 1.	8. 8. 5. 6.
58.		21.	2. 2. 1. 1.	8. 8. 8.
59.		21.	2. 1. 2. 10. $\frac{7}{40}$	8. 5. 4. 8.
60.		21.	2. 1. 9. 7. $\frac{23}{90}$	8. 7. 7.
			2. 1. 10. 8.	8. 7. 9. [illegible]

E POLLICI.

	Luci		Piedi cubici per ogni minuto secondo	Vene diminuite date dal calcolo
61.ª		Piedi		
62.	Luce quadrata		0. 4. 4. 9. 2.	2. 7. 8.
63.	Luce quadr. in lastra sottile	6	0. 4. 4. 5. 4.	2. 7. 6.
64.		6	0. 4. 0. 5. 10.	2. 4. 11. 3.
65.	Con tubo quadro	6	0. 4. 1. 3. 6.	2. 4. 11. 9.
66.		6	0. 5. 6. 8. $\frac{2}{5}$	3. 4. 3. 0.
67.		6	0. 5. 6. 9. 11.	3. 4. 3.
68.		6	0. 5. 9. 7. 3.	3. 5. 0. 4.
69.	Con luce circolare	6	0. 5. 7. 8. $\frac{1}{10}$	3. 4. 2. 7.
70.		6	0. 3. 3. 1. 2.	1. 11. 3.
71.	Con tubo cilindrico	6.	0. 3. 3. 0. 8.	1. 11. 3. 8.
72.		6.	0. 4. 4. 4. 10.	2. 7. 0. 8.
			0. 4. 3. 6. 5.	2. 7. 0. 1.
73.	Con luce quadrata	11.	0. 5. 7. 9.	2. 7. 0.
74.		11.	0. 5. 7. 5.	2. 7. 0.
75.		11.	0. 5. 8. 2. 10.	2. 6. 9.
76.		11.	0. 5. 8. 2. 10.	2. 6. 8.
77.	Con lastra del piano superiore	11.	0. 5. 8. 11. 11.	2. 7. 5.
78.	Con luce quadr. in lastra sottile	11.	0. 5. 3. 10.	2. 4. 11. 4.
79.		11.	0. 5. 4. 1. 11.	2. 5. 0. 0.
80.		11.	0. 5. 4. 3. 7.	2. 5. 0. 3.
81.		11.	0. 5. 4. 7. 11.	2. 5. 1. 4.

D A

E POLLICI.

	Luci		Piedi cubici per ogni minuto fecondo	Vene diminuite date dal calcolo
82.ª	Piedi	.	0. 7. 5. 1. $\frac{1}{10}$	3. 4. 3. 0.
83.	Con tubo quadro	.	0. 7. 5. 1. 4.	3. 4. 2. 0.
84.		$\frac{3}{5}$	0. 7. 4. 7. $\frac{12}{25}$	3. 4. 3. 4.
85.		. 3.	0. 7. 4. 9. $\frac{11}{20}$	3. 4. 4. 4.
86.			0. 7. 2. 8.	3. 4. 1. 5.
87.	Con luce circolare	.	0. 4. 2. 6. 4.	1. 10. 10. 5.
88.		.	0. 4. 2. 6. 4.	1. 10. 10. 5.
89.	Con tubo cilindrico	.	0. 5. 9. 10. 1.	2. 7. 3. 4.
90.		.	0. 5. 8. 11. 11.	2. 7. 2. 3.
91.	Con luce quadrata		0. 7. 8. 6.	2. 6. 11.
92.		$\frac{2}{7}$	0. 7. 8. 3.	2. 6. 10.
93.		$\frac{7}{10}$	0. 7. 8. 5. $\frac{99}{100}$	2. 6. 9.
94.	Con luce quadr. in lastra sottile	0.	0. 7. 3. 2. 3.	2. 4. 11. 7. 10.
95.		3.	0. 7. 3. 0. 3.	2. 5. 0. 0.
96.		1.	0. 7. 3. 7.	2. 5. 1. 9.
97.		6.	0. 7. 4. 3.	2. 5. 2. 0.
98.	Con tubo quadro	1. 6.	0. 10. 1. 0. 3.	3. 4. 2.
99.		0.	0. 9. 11. 7 4.	3. 3. 8. 6.
100.		8.	0. 9. 10. 9. 8.	3. 3. 6. 1.
101.	Con luce circolare	6.	0. 5. 9. 0. 8.	1. 10. 10. 3.
102.		5.	0. 5. 8. 9.	1. 10. 10. 10.
103.	Con tubo cilindrico	5.	0. 7. 9. 7. 6.	2. 7. 3. 4.
104.		1.	0. 7. 10. 3. 7.	2. 7. 2. 7.

POLLICE.

	Luci	[A…]	Piedi cubici per ogni minuto secondo	Vene diminuite date dal calcolo
105.ª	Piedi Luce quadrata	6.	0. 1. 0. 8. $\frac{1}{2}$	0. 7. 6. 8.
106.	Luce quadr. in lastra sottile	6.	0. 1. 0. 2. 11.	0. 7. 3. 7. 7.
107.	Con tubo quadro	6	0. 1. 4. 2. 4.	0. 9. 7. 0.
108.		6.	0. 1. 4. 0. 8.	0. 9. 7. 10.
109.		6	0. 1. 4. 1. 7.	0. 9. 7. 9. 4.
110.	Con luce circolare	6.	0. 0. 9. 10. 9.	0. 5. 10. 1.
111.	Con tubo cilindrico	6.	0. 1. 0. 6. 1.	0. 7. 5. 1. 10.
112.	Con luce quadrata	11.	0. 1. 4. 4. 3.	0. 7. 4. 2.
113.	Con luce quadr. in lastra sottile	11.	0. 1. 4. 1. 8.	0. 7. 3. 3. 3.
114.		11.	0. 1. 4. 1. 8.	0. 7. 3. 3. 3.
115.	Con tubo quadro	11.	0. 1. 9. 5. $\frac{1}{2}$	0. 9. 7. 8.
116.		11.	0. 1. 9. 6.	0. 9. 8. 4.
117.		11	0. 1. 9. 2. 4.	0. 9. 6. 9. 7.
118.	Con luce circolare	11.	0. 1. 0. 11. 7.	0. 5. 10. 3.
119.	Con tubo cilindrico	11	0. 1. 4. 6. 8.	0. 7. 5. 10. 5.
120.		11	0. 1. 4. 8. 7.	0. 7. 6. 4. 6.

; A

N POLLICE.

	Luci	;i ɒo	Piedi cubici per ogni minuto fecondo	Vene diminuite date dal calcolo
121.°	Piedi		0. 1. 10. 6.	0. 7. 6. 3.
122.	Luce quadrata	1.	0. 1. 10. 8. 8.	0. 7. 6. 6.
123.	Luce quadr. in	7.	0. 1. 9. 10. 0.	0. 7. 3. 0. 8.
124.	laſtra ſottile	7.	0. 1. 9. 10.	0. 7. 2. 11. 9.
125.		7.	0. 1. 9. 11. 8.	0. 7. 3. 2. 8.
126.	Con tubo qua-	8.	0. 2. 5. 3. 2.	0. 9. 8. 5.
127.	dro	3.	0. 2. 5. 2. 8.	0. 9. 9. 1.
128.		6.	0. 2. 4. 3. 1.	0. 9. 4. 6. 10.
129.	Con luce circolare	1.	0. 1. 5. 9. 5.	0. 5. 10. 5.
130.	Con tubo cilindrico	9.	0. 1. 10. 8. 1.	0. 7. 6. 3. 6.

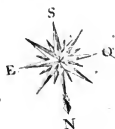



Tavola 1
S
E
O
N
La Tesoriera
TORINO
Sito
100
200
50
Stagnonus Sculp. Taurini

Iac. Stagnonus sc. Taurini

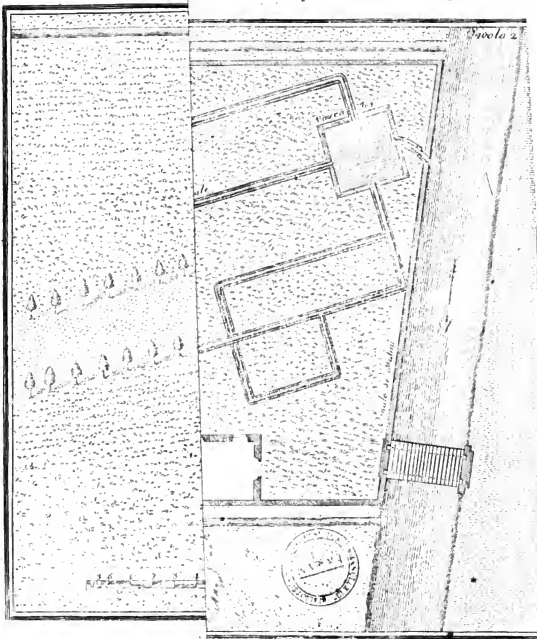
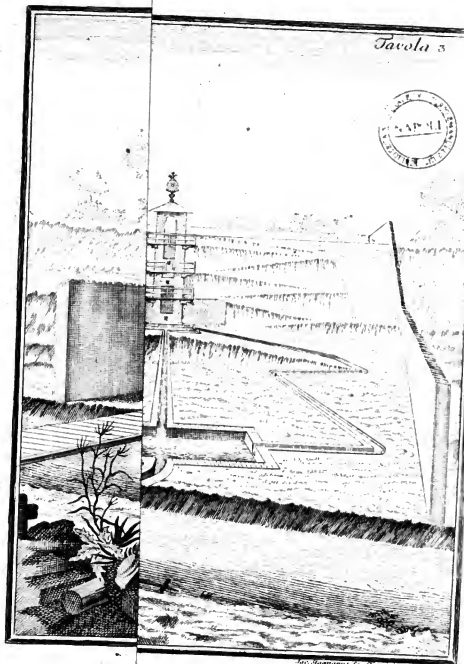



Tavola 4
Veduta della faccia Settentrionale della Torre
Profilo dell' Introduttore
Tese
1
2
3
4
Stagnoni Sc. Taurini

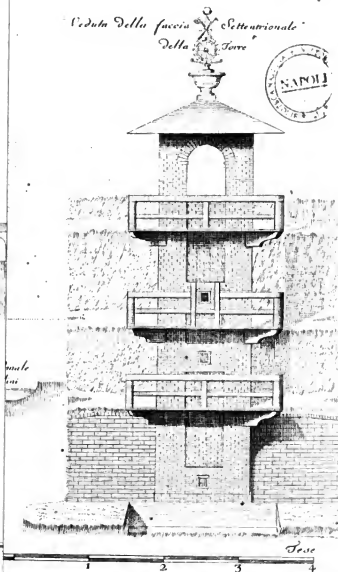
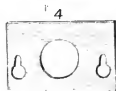
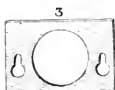
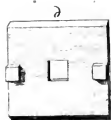
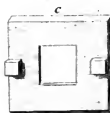
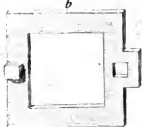
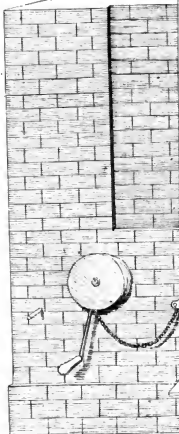



Tavola 5
Veduta d
a
b
c
d
3
4
Tubo Cilindrico
Imbuto cicloid.le quadro
a.b.c.d. Lastre mobili
1. 2. 3. 4. 5. Luci in Lastre Sottili immobil
Stagnonus Sculp. Taurini

Tavola 6.
Fig.^a Fig.^a 1.^a N.^o 108

Tavola 7

Tavola 8

Fig.e 1.ma N.o 91

Fig.e 4.a N.o 99

Fig.e 5.a N.

Fig.e 7.ma N.o 120

Tavola 9

Fig.a 2.a N.° 120

G, F, D, C, P, A

Fig.a 3.a N.° 121

M, N, L, E, B, F, D, C

Fig.a

Introdut.e

B, D, E, F, A, B

Bocca dell' introdut.e

B, D